

**UNIVERSITÉ PARIS SUD
L3 PAPP**

Optique Appliquée

Travaux Dirigés

Diffraction

2015 - 2016

Table des matières

1	Diffraction	1
1.1	Diffraction d'une onde plane par un diaphragme	1
1.1.1	Considérations générales	1
1.1.2	Quelques exemples fondamentaux	2
1.1.3	Exemple des fentes d'Young	2
1.2	Application : le réseau de diffraction	3
1.2.1	Calcul du champ diffracté	3
1.2.2	Formule des réseaux	4
1.2.3	Résolution d'un spectromètre à réseau	5
1.2.4	Intensités relatives des différents ordres de diffraction	5
1.3	Application : le senseur de front d'onde	5
2	Formation des images	7
2.1	Résolution d'un instrument d'optique	7
2.2	Observation d'un milieu transparent	7
2.2.1	Position du problème	7
2.2.2	Filtrage spatial	8
2.3	Exercices pour se tester	9
2.3.1	Focalisation d'un faisceau laser par une lentille	9
2.3.2	Diaphragme déphasant	9
3	Rappels mathématiques	11
3.1	Transformées de Fourier	11
3.1.1	Définition	11
3.1.2	Propriétés usuelles	11
3.1.3	Transformées de Fourier de fonctions usuelles	13
3.2	Propriétés de la fonction de Dirac	14
3.3	Produit de convolution	14
3.3.1	Définition	14
3.3.2	Lien avec la transformée de Fourier	15

Diffraction

1.1 Diffraction d'une onde plane par un diaphragme

Une onde plane monochromatique (longueur d'onde λ) est incidente sur un diaphragme plan, d'épaisseur négligeable, percé de trous de différentes formes. On veut déterminer la figure de diffraction obtenue après le diaphragme dans un plan situé extrêmement loin, "à l'infini". Plus exactement, on veut déterminer $S(\theta_X, \theta_Y)$ l'amplitude du champ diffracté dans la direction repérée par les angles θ_X, θ_Y . Le diaphragme est placé dans le plan (xOy) . Sa transmission en amplitude sera notée $t(x, y)$. L'axe (Oz) est l'axe de l'expérience. L'onde incidente arrive depuis le demi-espace $z < 0$. L'amplitude complexe de cette onde dans le plan juste avant le diaphragme est notée $s_i(x, y)$. On place juste après le diaphragme une lentille convergente de focale f' , de diamètre très grand par rapport aux trous pratiqués dans le diaphragme et un écran d'observation placé à la distance f' de la lentille.

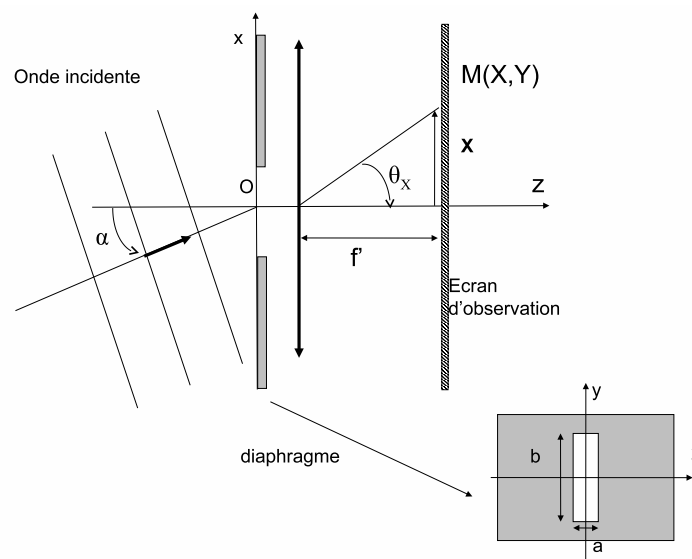


FIGURE 1.1 – Observation de la diffraction à l'infini

1.1.1 Considérations générales

1. Donner l'expression de $s_t(x, y)$, le champ juste après le diaphragme.
2. Ecrire l'intégrale permettant de déterminer $S(\theta_X, \theta_Y)$, l'amplitude "à l'infini", en fonction de $s_t(x, y)$. On pose $u = \sin(\theta_X)/\lambda$ et $v = \sin(\theta_Y)/\lambda$.

3. En déduire que $S(u, v)$ et le champ après le diaphragme sont liés par une transformée de Fourier.
4. Quel est le rôle de la lentille ? où doit-on placer un écran d'observation pour visualiser la figure de diffraction "à l'infini" ?
5. Quel lien existe entre les coordonnées X et Y sur l'écran et les angles θ_X et θ_Y ?
6. Que devient cette expression si θ_X et θ_Y sont petits ?
7. Exprimer u et v en fonction de X, Y, f' et λ .
8. En déduire l'expression générale donnant le champ $S(X, Y)$ sur l'écran en fonction de $t(x, y), s_i(x, y), X, Y, f'$ et λ .

1.1.2 Quelques exemples fondamentaux

On suppose que l'onde incidente est une onde plane arrivant en incidence **normale** sur le diaphragme. Le diaphragme est percé d'un trou rectangulaire centré sur O , de largeur a suivant (Ox) et de hauteur b suivant (Oy) .

1. Que valent $s_i(x, y)$ et $t(x, y)$? on pourra faire intervenir les fonctions $rect(x/a)$ et $rect(y/b)$ (voir formulaire).
2. Calculer l'amplitude $S(X, Y)$, puis l'intensité $I(X, Y)$ du champ diffracté dans le plan d'observation.
3. Reprendre les questions 1 et 2 précédentes en supposant qu'on décale la fente dans la direction (Ox) d'une quantité δ_x . Qu'introduit le décalage sur l'amplitude diffractée ? L'intensité dans le plan diffracté est-elle modifiée ?

La fente est à nouveau centrée sur O . On l'éclaire avec une onde plane arrivant en incidence oblique : sa direction de propagation est dans le plan (xOz) et fait un angle α avec l'axe (Oz) .

4. Que devient $s_i(x, y)$?
5. Déterminer l'intensité diffractée $I(X, Y)$ dans le plan d'observation. Comparer la figure de diffraction obtenue à la situation initiale.

1.1.3 Exemple des fentes d'Young

L'onde incidente est à nouveau normale au diaphragme. Celui-ci est percé de deux fentes identiques (largeur a et hauteur b) séparées par une distance d dans la direction (Ox) . Elles sont placées à égales distances de O .

1. Exprimer $t(x, y)$ en fonction de x, y, a, b et d ainsi que de la fonction $rect$.
2. En déduire l'intensité dans le plan d'observation.
3. Si a et b sont très petits, que retrouve-t-on ?

1.2 Application : le réseau de diffraction

Le diaphragme est percé d'une succession de fentes parallèles (hauteur b et largeur a) et identiques, séparées par une distance constante d . Il y a, au total, N fentes ($N \gg 1$). On note $L = (N - 1)d \sim Nd$ la largeur du réseau. La première fente est centrée en $x_1 = -N/2d$, la fente numéro n en $x_n = (-N/2 + n - 1)d$.

L'onde incidente est une onde plane (longueur d'onde λ) qui arrive sur le diaphragme avec un angle d'incidence i . Sa direction de propagation est dans le plan (xOz) .

Attention : on ne fera cette fois -ci aucune approximation sur les angles !

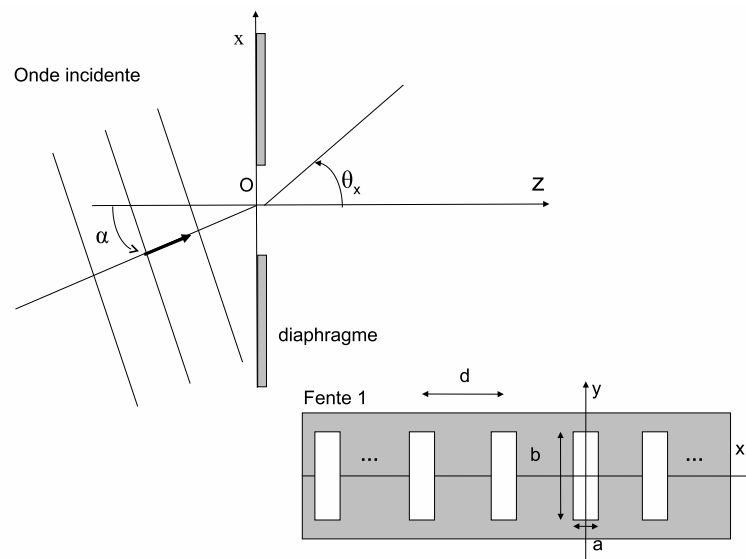


FIGURE 1.2 – Réseau de diffraction en transmission

1.2.1 Calcul du champ diffracté

1. En utilisant les résultats de l'exercice 1.1, calculer l'amplitude du champ diffracté $S_n(u, v)$ dans la direction θ_X, θ_Y par la fente numéro n si elle était seule. On pourra introduire $u = \sin(\theta_X)/\lambda$, $v = \sin(\theta_Y)/\lambda$ et $u' = u - \sin(i)/\lambda$.
2. Calculer $S_{tot}(u', v)$, l'amplitude diffractée à l'infini par l'ensemble des N fentes (justifier qu'elle est la somme des champs produits par chacune des N fentes).
3. Montrer que ce champ peut se mettre sous la forme d'une somme des premiers termes d'une suite géométrique.
4. Condenser cette expression en utilisant la formule classique sur la somme des premiers termes d'une suite géométrique.
5. Montrer finalement que l'intensité $I(u', v)$ peut se mettre sous la forme :

$$I(u', v) = I_0 a b \operatorname{sinc}^2(\pi b v) \operatorname{sinc}^2(\pi a u') R(u') \quad (1.1)$$

$$R(u') = \sin^2(\pi N d u') / \sin^2(\pi d u') \quad (1.2)$$

$$(1.3)$$

où I_0 est une constante. La fonction $R(u')$ est appelée *fonction réseau*. Son graphe est représenté ci-dessous.

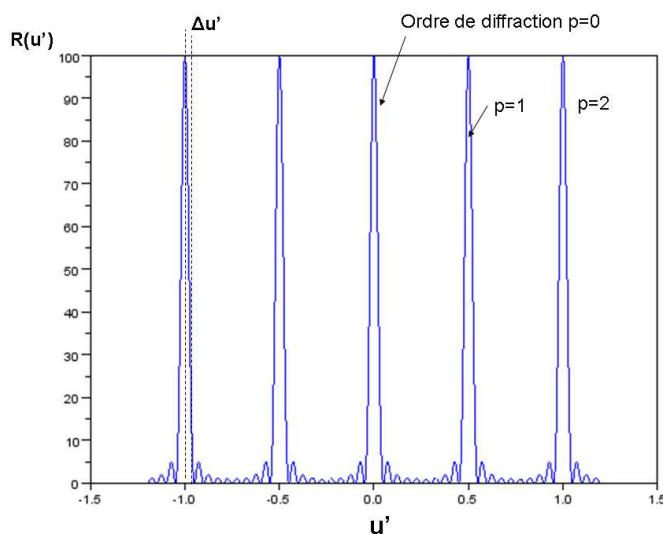


FIGURE 1.3 – Fonction $R(u')$ pour $N=10$ et $d=2$.

1.2.2 Formule des réseaux

Les grands pics d'intensités de la fonction réseau sont appelés *ordres de diffraction*. Mathématiquement, ils correspondent aux valeurs de u' annulant le sinus du dénominateur.

1. Montrer que la direction θ_X d'un ordre de diffraction est donné par la relation suivante :

$$\sin(i) - \sin(\theta_X) = p\lambda/d \quad (1.4)$$

où p est un entier qui désigne l'ordre de diffraction.

2. A quelle direction correspond le maximum d'intensité obtenu pour $p = 0$?
3. Si p et d sont fixés, comment évolue l'angle θ_X du maximum d'intensité si λ augmente ?

La direction des ordres de diffraction dépend de la longueur d'onde. Un réseau peut donc être utilisé pour disperser angulairement la lumière et enregistrer ainsi son spectre.

1.2.3 Résolution d'un spectromètre à réseau

On veut déterminer le plus petit écart entre deux longueurs d'onde que l'on peut distinguer avec le réseau.

1. Si on passe de λ à $\lambda + \delta\lambda$, l'angle de diffraction passe de θ_X à $\theta_X + \delta\theta_X$. Calculer $\delta\theta_X$ en fonction de $\delta\lambda$, λ , p , d et $\cos(\theta_X)$. Astuce : on pourra utiliser un développement de Taylor ($\sin(x + dx) \approx \sin(x) + \cos(x)dx$ si $dx \ll x$).

Les pics d'intensité correspondant à un ordre de diffraction ont une certaine largeur angulaire. Cette dernière est estimée en déterminant l'écart entre deux points d'annulation du sinus au numérateur de $R(u')$.

2. Calculer l'écart $\Delta u'$ entre deux valeurs consécutives de u' conduisant à une annulation du sinus du numérateur.
3. A quel écart angulaire $\Delta\theta_X$ cela correspond-il ?

Considérons deux longueurs d'ondes proches λ et $\lambda + \delta\lambda$. On veut les observer à l'aide d'un spectromètre utilisant un réseau à transmission. Chaque longueur d'onde donne sa figure de diffraction. La position des pics de diffraction permet d'estimer la longueur d'onde. On ne peut résoudre (distinguer) les deux longueurs d'onde que si l'écart angulaire $\delta\theta_X$ est supérieur à la largeur d'un pic $\Delta\theta_X$.

4. Calculer l'écart minimal $\delta\lambda_{min}$ que l'on peut distinguer. En déduire le pouvoir de résolution $R = \lambda/\delta\lambda_{min}$

1.2.4 Intensités relatives des différents ordres de diffraction

Montrer que les ordres de diffraction n'ont pas tous la même intensité. A partir de quelle valeur de u' peut-on considérer que ces ordres sont faibles ?

1.3 Application : le senseur de front d'onde

On considère une fine plaque percée de trous circulaires de diamètre a , répartis suivant une grille carrée régulière et séparés par une distance constante d . Chaque trou est immédiatement suivi d'une microlentille convergente de diamètre b compris entre a et d , et de distance focale f' . On place un écran d'observation à la distance f' de la plaque (il s'agit du capteur d'une caméra). La principe du dispositif est représenté sur la page suivante.

1. La plaque est éclairée par une onde plane monochromatique arrivant en incidence normale. Montrer que l'on observe sur l'écran d'observation une multitude de taches lumineuses. Comment sont-elles réparties sur l'écran ?
2. Donner un ordre de grandeur de la taille des taches lumineuses. Quelle condition doivent vérifier f' , a et d pour qu'elles ne se chevauchent pas ?

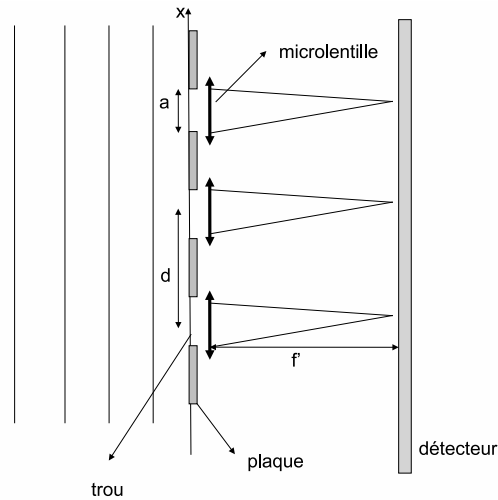


FIGURE 1.4 – Schéma de principe d'un capteur de front d'onde

3. La plaque est éclairée par une onde plane monochromatique arrivant en incidence oblique (angle α par rapport à la normale) sur la plaque. Montrer que les taches lumineuses sont décalées.
4. La plaque est à présent éclairée par une onde sphérique dont la source se situe sur l'axe de l'expérience. Décrire qualitativement la figure enregistrée par la caméra.

La plaque est à présent éclairée par une onde dont le front d'onde est quelconque. Sa phase varie lentement avec la position sur la plaque. Pour simplifier on ne s'intéresse qu'à la direction x . Sur la plaque, la phase de l'onde est $\phi(x, y) = \phi(x)$ quelconque mais lentement variable avec x . La phase locale en un point x situé proche du trou placé en $x = nd$ peut se mettre sous la forme : $\phi(x) = \phi(nd) + (x - nd)\phi'(nd)$, où $\phi'(nd)$ est la dérivée de ϕ en nd .

5. En déduire que le déplacement de la tache lumineuse produite par la lentille du trou situé en $x = nd$ est proportionnel à la dérivée de la phase du champ incident en $x = nd$.

En mesurant précisément la position de chacune des taches lumineuses il est alors possible d'échantillonner la dérivée de la phase sur la surface de la plaque. On peut alors en déduire à une constante près la phase du champ. C'est le principe des capteurs de front d'onde. Ils sont utilisés en astronomie, technologie laser mais aussi microscopie de tissus vivants et chirurgie ophthalmique. Ils permettent en une fraction de seconde d'obtenir toutes les informations sur l'onde incidente et éventuellement d'agir sur des optiques en amont pour corriger/asservir sa structure.

Formation des images

2.1 Résolution d'un instrument d'optique

Un télescope est assimilé à une lentille convergente de focale f' et de diamètre D (la pupille du télescope est un cercle). Le télescope est pointé vers une étoile et observe cette dernière dans un fin domaine spectral situé autour de λ . La lumière reçue par le télescope en provenance de l'étoile est pratiquement une onde plane arrivant en incidence normale.

1. Calculer l'intensité $I(X, Y)$ obtenue dans le plan focal image de la lentille. A quelles endroits la figure obtenue s'annule t-elle une première fois ?
2. Reprendre la question en supposant que l'onde plane arrive avec un faible angle d'incidence α .

Le télescope observe deux étoiles proches angulairement (elles apparaissent séparées d'un angle α). On suppose qu'elles ont des éclats similaires.

3. Les ondes provenant des deux étoiles sont-elles mutuellement cohérentes ?
4. Quelle est la plus petite séparation angulaire que l'on puisse discerner avec ce télescope ?
5. Ce critère reste t-il vrai si l'une des étoiles est beaucoup moins brillante que l'autre ?

2.2 Observation d'un milieu transparent

Une fine lame transparente d'épaisseur e est placée dans le plan (xOy) . Son indice de réfraction n'est pas uniforme mais vaut $n(x, y) = n_0 + \delta n(x, y)$. Cette lame est éclairée par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ (laser collimaté) arrivant en incidence normale.

2.2.1 Position du problème

On souhaiterait réaliser un dispositif expérimental permettant de visualiser facilement $n(x, y)$.

1. Déterminer le champ $s_o(x, y)$ juste après la lame transparente.
2. Que vaut l'intensité juste après la lame transparente ? Peut-on extraire une information sur $n(x, y)$?

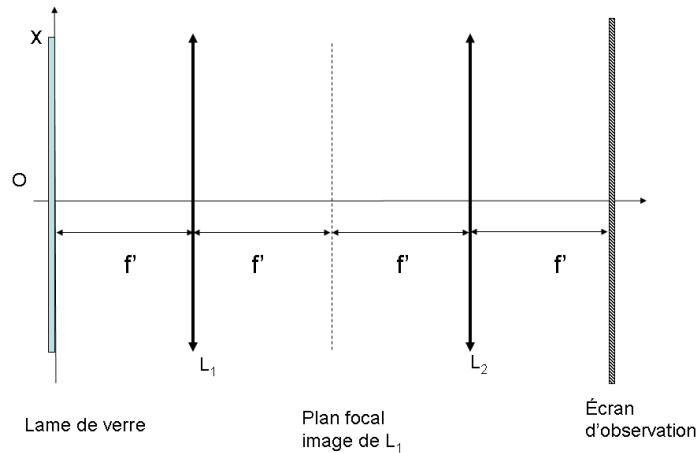


FIGURE 2.1 – Observation d'un milieu transparent par filtrage spatial.

2.2.2 Filtrage spatial

Afin de visualiser $n(x, y)$, on observe la lame avec le dispositif de la figure ci-dessous.

1. Expliquer brièvement à l'aide de l'optique géométrique pourquoi ce dispositif permet de former l'image de la sortie de la lame sur le plan d'observation avec un grandissement $\gamma = -1$.
2. Exprimer le champ $S(X, Y)$ dans le plan focal de L_1 en fonction de $s_o(x, y)$.
3. Exprimer le champ $s_t(x, y)$ dans le plan focal de L_2 en fonction de $S(X, Y)$ puis de $s_o(x, y)$. Commenter.

On suppose que les modulations d'indice sont faibles ($\delta n(x, y) \ll n_0$). On peut alors écrire que :

$$\exp(i2\pi n(x, y)e/\lambda) \approx \exp(i2\pi n_0 e/\lambda)(1 + i2\pi \delta n(x, y)e/\lambda) \quad (2.1)$$

Supposons que $\delta n(x, y) = a \cos(2\pi f_x x)$ avec $a \ll n_0$.

4. Montrer que $s_o(x, y)$ est de la forme $A(1 + iB \cos(2\pi f_x x))$ où A et B sont des constantes.
5. Déterminer l'amplitude du champ dans le plan focal de L_1 : montrer que celui-ci est la somme de trois fonctions de Dirac centrées en trois points différents.
6. En déduire l'intensité dans ce plan : montrer que l'on obtient trois taches lumineuses. Leurs intensités "pic" sont-elles réalistes ? qu'a-t-on négligé ici ?

On place dans le plan focal de L_1 un diaphragme qui cache les taches lumineuses extérieures mais pas celle située sur l'axe de l'expérience.

7. que vaut l'intensité dans le plan d'observation ?
On place à présent un tout petit cache dans le plan focal de la lentille L_1 qui permet de masquer juste la tache du centre.
8. Que vaut à présent l'intensité dans le plan d'observation ?
9. Peut-on déterminer le signe de $\delta n(x, y)$?

2.3 Exercices pour se tester

2.3.1 Focalisation d'un faisceau laser par une lentille

Une lentille convergente de diamètre d et de focale f' est éclairée par un faisceau laser de longueur d'onde λ . La taille du faisceau laser est très grande devant la longueur d'onde mais petite par rapport au diamètre de la lentille. Dans ces conditions le champ du laser sur le plan d'entrée de la lentille (assimilé à (xOy)) peut être considéré comme une onde de front d'onde plan mais d'amplitude gaussienne :

$$s_i(x, y) \sim s_0 \exp(-(x^2 + y^2)/w_0^2) \quad (2.2)$$

1. Calculer l'intensité $I(X, Y)$ obtenue dans le plan focal image de la lentille. La mettre sous la forme $I(X, Y) = I_0 \exp(-2(X^2 + Y^2)/w^2)$
2. Comparer w à w_0 .

2.3.2 Diaphragme déphasant

Reprendre l'exercice de diffraction du TD précédent. l'onde incidente est toujours normale au diaphragme. Celui-ci est percé d'une fente rectangulaire centrée sur O (largeur a et hauteur b). On place à l'intérieur de cette fente une fine lame de verre d'indice n et d'épaisseur e variable : $e(x, y) = px + qy + e_0$ ($p \ll 1, q \ll 1$).

1. Exprimer le déphasage $\Delta\Phi(x, y)$ qu'introduit la lame sur l'onde incidente. En déduire la transmission complexe du système fente+lame de verre.
2. En déduire (presque) sans calcul la figure de diffraction obtenue sur l'écran d'observation.

Rappels mathématiques

3.1 Transformées de Fourier

3.1.1 Définition

Transformée de Fourier de la fonction $f : x \rightarrow f(x)$ de R dans C .

$$F(u) = TF(f) \quad (3.1)$$

$$F(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp(-i2\pi ux) dx \quad (3.2)$$

Transformée de Fourier inverse de la fonction $F : u \rightarrow F(u)$ de R dans C .

$$f(x) = TF^{-1}(F) \quad (3.3)$$

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(u) \exp(i2\pi ux) du \quad (3.4)$$

Transformée de Fourier à deux dimensions de la fonction $f : x, y \rightarrow f(x, y)$:

$$F(u, v) = TF(f) \quad (3.5)$$

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp(-i(2\pi ux + 2\pi vy)) dx dy \quad (3.6)$$

3.1.2 Propriétés usuelles

La transformée de Fourier inverse est l'opération réciproque de la transformée de Fourier.

$$TF^{-1}(TF(f)) = f \quad (3.7)$$

La transformée de Fourier est linéaire :

$$f(x) = a_1 f_1(x) + a_2 f_2(x) \quad (3.8)$$

$$F(u) = TF(f)(u) = a_1 TF(f_1)(u) + a_2 TF(f_2)(u) \quad (3.9)$$

Si f est réelle et paire, alors $TF(f)$ est réelle et paire, de plus :

$$F(u) = 2 \int_0^{+\infty} f(x) \cos(2\pi ux) dx \quad (3.10)$$

Cette relation est utile pour la spectroscopie par transformée de Fourier.

Si f est réelle et impaire, alors $TF(f)$ est imaginaire pure et impaire, de plus :

$$F(u) = -2i \int_0^{+\infty} f(x) \sin(2\pi ux) dx \quad (3.11)$$

Conjugaison :

$$TF(\bar{f})(u) = \overline{TF(f)(-u)} \quad (3.12)$$

Transformée de Fourier de transformée de Fourier (utile pour la physique des images et le filtrage spatial)

$$TF(TF(f))(x) = f(-x) \quad (3.13)$$

Transformée de Fourier à deux dimensions de $f(x, y) = g(x)h(y)$ (utile pour la diffraction par un diaphragme à deux dimensions) :

$$f(x, y) = g(x)h(y) \quad (3.14)$$

$$G = TF(g) \quad (3.15)$$

$$H = TF(h) \quad (3.16)$$

$$F(u, v) = TF(f)(u, v) = G(u)H(v) \quad (3.17)$$

$$(3.18)$$

Translation suivant x :

$$g(x) = f(x - a) \quad (3.19)$$

$$G(u) = TF(g)(u) = \exp(-i2\pi au)F(u) \quad (3.20)$$

$$(3.21)$$

Modulation suivant x :

$$g(x) = \exp(i2\pi u_0 x) f(x) \quad (3.22)$$

$$G(u) = TF(g)(u) = F(u - u_0) \quad (3.23)$$

$$(3.24)$$

Dilatation suivant x :

$$F = TF(f) \quad (3.25)$$

$$g(x) = f(ax) \quad (3.26)$$

$$G(u) = TF(g)(u) = 1/|a| F(u/a) \quad (3.27)$$

$$(3.28)$$

Interprétation : Une dilatation de f conduit à une contraction de F et inversement. Plus f est "étroite" plus F est "large".

Dérivation :

$$F = TF(f) \quad (3.29)$$

$$g(x) = f'(x) \quad (3.30)$$

$$G(u) = TF(g)(u) = 2i\pi u F(u) \quad (3.31)$$

$$(3.32)$$

3.1.3 Transformées de Fourier de fonctions usuelles

Définition de la fonction "porte" ou "rectangle" de largeur 1 :

$$f(x) = \text{rect}(x) \quad (3.33)$$

$$f(x) = 1 \quad -1/2 < x < 1/2 \quad (3.34)$$

$$f(x) = 0 \quad \text{sinon} \quad (3.35)$$

$$(3.36)$$

Définition de la fonction "porte" ou "rectangle" de largeur a :

$$f(x) = \text{rect}(x/a) \quad (3.37)$$

$$f(x) = 1 \quad -a/2 < x < a/2 \quad (3.38)$$

$$f(x) = 0 \quad \text{sinon} \quad (3.39)$$

$$(3.40)$$

Transformée de Fourier de la fonction "rectangle" $\text{rect}(x/a)$:

$$f(x) = \text{rect}(x/a) \quad (3.41)$$

$$F(u) = TF(f)(u) = a \text{sinc}(\pi a u) = a \sin(\pi a u) / (\pi a u) \quad (3.42)$$

$$(3.43)$$

Transformée de Fourier d'une exponentielle complexe :

$$f(x) = \exp(i2\pi u_0 x) \quad (3.44)$$

$$F(u) = TF(f)(u) = \delta(u - u_0) \quad (3.45)$$

$$(3.46)$$

où δ est la distribution de Dirac.

Transformée de Fourier d'une Gaussienne (utile en spectroscopie et en diffraction) :

$$f(x) = \exp(-b^2 x^2) \quad (3.47)$$

$$F(u) = TF(f)(u) = (\sqrt{\pi}/b) \exp(-\pi^2 u^2 / b^2) \quad (3.48)$$

$$(3.49)$$

La TF d'une gaussienne est une gaussienne !

Transformée de Fourier d'une Lorentzienne (utile en spectroscopie) :

$$f(x) = \frac{1}{b^2 + x^2} \quad (3.50)$$

$$F(u) = TF(f)(u) = \frac{\pi}{b} \exp(-b|u|) \quad (3.51)$$

$$(3.52)$$

3.2 Propriétés de la fonction de Dirac

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx \quad (3.53)$$

$$f(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \delta(x - y) dx \quad (3.54)$$

Transformée de Fourier de la distribution de Dirac :

$$f(x) = \delta(x - a) \quad (3.55)$$

$$F(u) = TF(f)(u) = \exp(-i2\pi ua) \quad (3.56)$$

$$(3.57)$$

Peigne de Dirac (*comb en anglais*), succession infinie de distributions de Dirac séparées de 1.

$$comb(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta(x - n) \quad (3.58)$$

$$F(u) = TF(f)(u) = comb(u) \quad (3.59)$$

$$(3.60)$$

Utile pour traiter rapidement un problème de diffraction faisant intervenir un nombre infini de motifs identiques.

3.3 Produit de convolution

3.3.1 Définition

On construit à partir de deux fonctions f et g la fonction $h = f * g$ telle que

$$h(x) = (f * g)(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)g(x - t) dt \quad (3.61)$$

$$(3.62)$$

$$f * g = g * f$$

3.3.2 Lien avec la transformée de Fourier

$$h(x) = (f * g)(x) \quad (3.63)$$

$$H(u) = TF(h)(u) = TF(f)(u)TF(g)(u) = F(u)G(u) \quad (3.64)$$

La transformée de Fourier d'un produit de convolution de deux fonctions est le produit de leurs transformées de Fourier.