

Partiel de thermodynamique

*Uniquement une fiche de synthèse A4 recto-verso manuscrite
et une calculatrice sont autorisées pendant l'épreuve*

Porter une attention particulière à la qualité de la rédaction

LIRE ENTIÈREMENT LE SUJET AVANT DE DEBUTER !

Durée : 3h, toutes les parties sont indépendantes

EXERCICES COURTS (5 Pts/20)

Exercice 1 : Canette autoréfrigérante (1 point)

Une canette autoréfrigérante comprend un réservoir en acier contenant un liquide réfrigérant. Lorsqu'on ouvre le réservoir, le liquide est libéré, se détend brusquement et se vaporise en traversant une spirale en aluminium qui serpente à travers la boisson à refroidir. Le volume de la boisson à refroidir est 33 cL. On considère pour simplifier qu'il s'agit d'eau de capacité thermique $c = 4.18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$. On considère que le corps réfrigérant est constituée d'une masse $m_r = 60 \text{ g}$ de N_2 dont l'enthalpie massique de vaporisation est $L_v = 200 \text{ kJ.kg}^{-1}$. On néglige la capacité calorifique des parois du système.

Q1- Calculer la variation de température de la boisson en expliquant le raisonnement mené.

Correction : On considère comme système l'ensemble {liquide à réfrigérer + liquide réfrigérant}. L'évolution étant isobare (à pression atmosphérique) et rapide, on la suppose adiabatique. On applique le premier principe de la thermodynamique au système subissant la transformation : $\Delta H = Q = 0$ donc $\Delta H_{\text{boisson}} + \Delta H_{\text{refr}} = 0$, ce qui donne $c m_{\text{eau}} (T_f - T_i) + m_r L_v = 0$ donc $T_f - T_i = -8.7 \text{ }^\circ\text{C}$

Exercice 2 : Bilan d'entropie (2 points)

On considère une masse de 100 g d'eau dans laquelle on plonge un conducteur de résistance $R = 20 \text{ } \Omega$. La résistance est parcourue par un courant de 10 A pendant 1 s. On note S le système formé de l'eau et de la résistance.

Q1- La température de l'ensemble est maintenue constante et égale à 20°C . Quelle est la variation d'entropie du système S ? Quelle est l'entropie créée ? Quelle est la cause de création d'entropie ?

Correction :

Les fonctions d'état U, H et S ne dépendent que de la température T. La transformation étant isotherme, U, H et S ne varient pas.

Le système est en contact avec un thermostat à la température T donc l'entropie d'échange s'exprime : $S_{\text{éch}} = Q/T$. On applique le premier principe: $\Delta U = W_{\text{elec}} + Q = 0$ donc $Q = -R i^2 t = -2 \text{ kJ}$. On trouve alors $S_{\text{éch}} = -6.82 \text{ J/K}$

Comme $\Delta S = 0$, $S_{\text{créée}} = -S_{\text{éch}} = 6.82 \text{ J/K} > 0$. La création d'entropie (irréversibilité) est causée par l'effet Joule (frottement exercé sur les électrons au niveau microscopique).

Q2- Le même courant passe dans le conducteur pendant la même durée, mais le système S est maintenant isolé thermiquement. Calculer la variation d'entropie du système et l'entropie créée. Quelle est la cause de la création d'entropie ?

Données : masse du conducteur : $m_c = 19 \text{ g}$, capacité thermique massique du conducteur : $c_c = 0,42 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$, capacité thermique massique de l'eau : $c_e = 4.18 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Correction :

L'évolution est adiabatique et le système est une phase condensée donc $\Delta H \sim \Delta U = W_{\text{elec}}$

Soit $(m_e c_e + m_c c_c) (T_f - T_i) = R i^2 t$ donc $T_f - T_i = 4.7 \text{ }^\circ\text{C}$

$S_{\text{éch}} = 0$ donc $S_{\text{créée}} = \Delta S = (m_e c_e + m_c c_c) \ln(T_f/T_i) = 6.77 \text{ J/K} > 0$

Exercice 3 : Vaporisation réversible ou irréversible (2 points)

On vaporise une masse $m = 1 \text{ g}$ d'eau liquide des deux manières suivantes :

- la masse m est enfermée à 100°C sous la pression atmosphérique, dans un cylindre fermé par un piston. Par déplacement lent du piston, on augmente le volume à température constante et on s'arrête dès que toute l'eau est vaporisée. Le volume est alors égal à $V = 1,67 \text{ L}$.
- on introduit rapidement la masse m d'eau liquide initialement à 100°C dans un récipient fermé de même température, de volume $1,67 \text{ L}$, initialement vide.

L'enthalpie massique de vaporisation de l'eau est $L_v = 2,25 \cdot 10^6 \text{ J.kg}^{-1}$.

Q1- Pour chacun des processus précédents, calculer le transfert thermique fourni par le thermostat et les variations d'énergie interne, d'enthalpie et d'entropie de l'eau.

Q2- Calculer l'entropie créée lors du processus réversible.

Correction :

1. On considère comme système l'eau dans le cylindre.

• 1^{ère} transformation : réversible (déplacement lent du piston) donc considérée à pression P constante. La température est également constante.

Alors, $\Delta H = Q_1 = m L_v = 2.25 \text{ kJ}$

$\Delta S = Q_1/T = \Delta H/T = 6 \text{ J/K}$

$\Delta U = \Delta H - \Delta(PV) = \Delta H - P(V_f - V_i) \sim \Delta H - PV_f = 2.1 \text{ kJ}$

• 2^{ème} transformation : non réversible. Néanmoins, les états initial et final sont les mêmes que dans le cas précédent. U , H et S étant des fonctions d'état, on obtient les mêmes valeurs pour ΔH , ΔS et ΔU . La pression n'est pas constante mais le volume de l'enceinte est constant donc le travail des forces de pression est nul. Le premier principe s'écrit alors : $\Delta U = Q_2$. D'après le résultat précédent, $\Delta U \sim \Delta H - PV_f$ donc $Q_2 = \Delta H - PV_f = m L_v - PV_f \neq Q_1$

On constate donc bien que le transfert thermique dépend du chemin suivi.

2. • 1^{ère} transformation : $S_{\text{éch}} = Q_1/T = m L_v/T$ et $S_{\text{créée}} = \Delta S - S_{\text{éch}} = 0$ (la transformation est en effet réversible).

• 2^{ème} transformation : $S_{\text{éch}} = Q_2/T = (m L_v - PV_f)/T$ et $S_{\text{créée}} = \Delta S - S_{\text{éch}} = PV_f/T > 0$ (la transformation est en effet irréversible).

PROBLEMES (15 Pts/20)

Partie A : Puissance produite par une éolienne (barème provisoire 6 points)

On rappelle le bilan du premier principe pour un système en écoulement stationnaire :

$$q_m \left[(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} (w_2^2 - w_1^2) + g(z_2 - z_1) \right] = \dot{Q} + P_{ext}$$

I. Questions de cours

Q1- Définir les termes qui interviennent dans le bilan ci-dessus.

Q2- A l'aide d'un schéma représentant le système en écoulement, à un instant t et à un instant $t+dt$, expliquer comment le système peut être assimilé à un système fermé équivalent.

Q3- Appliquer le premier principe de la thermodynamique au système fermé entre les instants t et $t+dt$ et retrouver l'expression ci-dessus.

Indications :

- La variation d'énergie mécanique prendra en compte la contribution de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle (uniquement liée à la variation d'altitude z lors de l'écoulement).

- La conservation de la masse sera explicitée.

- Le travail sera décomposé en une somme du travail des forces de pression lié au débit et du travail des autres forces extérieures.

- On pensera bien à introduire le débit massique q_m et les enthalpies massiques h .

II. Application

On souhaite connaître de manière très élémentaire la puissance délivrée par une éolienne. L'éolienne est soumise à un flux d'air de pression P_1 , de température T_1 et de vitesse w_1 . En sortie le flux sera supposé posséder la même température T_1 , la même pression P_1 , seule la vitesse d'écoulement est changée.

Q4- Exprimer la masse dm traversant l'éolienne pendant le temps dt et en déduire l'expression du débit massique en fonction de ρ (masse volumique de l'air), w_1 (vitesse incidente du fluide), et S (section de l'éolienne).

Correction: $dm = \rho dV$ donc $q_m = \rho S w_1$

Q5- On admet que le gaz se comporte comme un gaz parfait. Comment évolue l'enthalpie massique entre l'entrée et la sortie du système correspondant à la traversée de l'éolienne ?

Correction: $dH = C_p dT$ (gaz parfait) et $dT=0$ donc $dH=0$

Q6- En supposant que le gaz en sortie de l'éolienne possède une vitesse nulle, exprimer la puissance mécanique extraite en fonction de ρ , w_1 et S .

Correction: en considérant que la vitesse w_2 en sortie d'éolienne est nulle, qu'il n'y a pas de variation d'altitude z ($z_2=z_1$) ni de transfert thermique, on trouve $P_{ext} = \rho S w_1^3 / 2$

Q7- Déterminer la puissance maximale extractible avec $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$; $w_1 = 8 \text{ m/s}$ et R (rayon des pales) = 1,45 m.

Correction: $P_{ext} = 2028 \text{ W}$

Partie B : Moteur à 4 temps (barème provisoire 9 points)

On considère le système décrit sur la figure 1 ci-dessous composé, d'un piston pouvant se déplacer dans le corps du cylindre, de deux soupapes (l'une pour l'admission notée SA, la seconde pour l'échappement notée SE) et d'un dispositif d'allumage B.



SA : soupape d'admission
SE : soupape d'échappement
B : dispositif d'allumage
P : piston (partie mobile)
O : point fixe

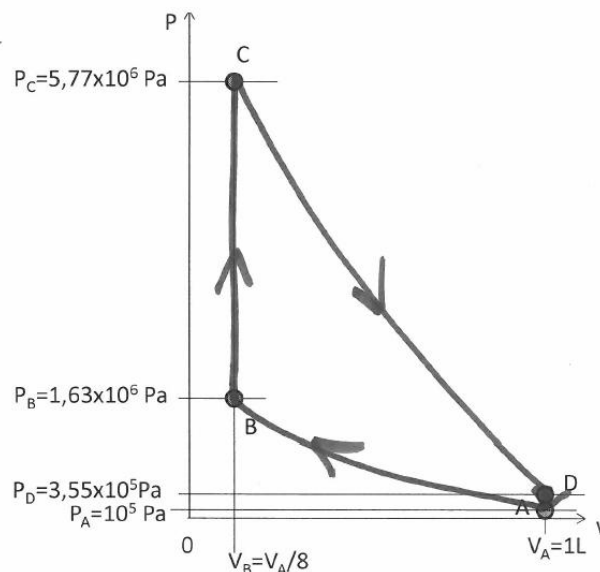
Figure 1 : Représentation du système

Le cylindre part de la position haute et descend alors que la soupape SA est ouverte (SE est fermée), étape de O à A. On admet qu'en position haute le volume résiduel est nul. Le mélange gazeux est admis dans le cylindre de manière isobare à la pression P_A . La soupape d'admission est refermée à l'instant initial. La composition gazeuse dans le cylindre est alors formée d'air et de $n = 2 \times 10^{-4}$ mol d'essence. Le mélange air-carburant se trouve alors dans les conditions suivantes : $V_A = 1$ L, $P_A = 1$ bar, $T_A = 293$ K = 20°C .

Le gaz subit une compression adiabatique de V_A à V_B avec $V_B = V_A/8$. Puis la combustion est effectuée de manière isochore instantanément suivant la transformation allant de B en C. Le système subit une détente adiabatique réversible (V_C à V_D) avec $V_D = V_A$. Enfin le gaz subit un refroidissement isochore avec l'ouverture de la soupape vers l'extérieur (étape D à A). De A à O le refoulement des gaz d'échappement s'effectue de manière isobare vers l'extérieur.

Dans l'ensemble de ces transformations, les mélanges gazeux seront considérés comme des gaz parfaits.

Q1- Représenter le cycle sur un diagramme de Clapeyron, $P(V)$ en respectant les rapports des volumes et des pressions.



Q2- A quelles étapes correspondent les 4 temps d'un tel moteur ? Justifier que le cycle conduit bien à un cycle moteur que l'on peut considérer comme fermé.

Correction : Les 4 temps du moteur sont $O \rightarrow A$ (admission isobare, le piston descend), $A \rightarrow B$ (compression adiabatique, le piston monte), $C \rightarrow D$ (détente adiabatique, le piston descend) et $A \rightarrow O$ (échappement isobare des gaz, le piston monte). Le cycle est décrit dans le sens horaire donc il s'agit bien d'un cycle moteur.

Q3- Le mélange air-carburant se trouve dans les conditions V_A, P_A, T_A . En déduire le nombre de moles d'air n^{air} admises dans le cylindre. On considérera dans la suite du problème que le nombre de moles total du mélange gazeux avant et après combustion sera voisin de cette valeur n^{air} . Cette approximation vous semble-t-elle justifiée ?

Correction : La loi des gaz parfaits dans l'état A permet d'écrire : $P_A V_A = n_{\text{tot}} R T_A$ avec $n_{\text{tot}} = n_{\text{air}} + n_{\text{essence}}$. On trouve $n_{\text{air}} = 0.0414 \text{ mol}$, donc $n_{\text{air}} \approx n_{\text{tot}}$ puisque $n_{\text{essence}} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol} \ll n_{\text{air}}$

Q4- Lors de la compression adiabatique calculer la température finale du gaz. On prendra une valeur de $\gamma^{\text{mélange}} = 1,34$ pour le mélange essence/air. Le gaz ne doit pas dépasser la température de 330°C afin d'éviter l'autoallumage. Que constatez-vous ?

Correction : Lors de la compression adiabatique, $T V^{\gamma^{\text{mélange}} - 1} = \text{constante}$. On obtient donc $T_B/T_A = (V_B/V_A)^{1 - \gamma^{\text{mélange}}}$ avec $V_B = V_A/8$, ce qui donne $T_B = 594 \text{ K} = 321^\circ\text{C}$. T_B est bien inférieur à 330°C .

Q5- On admettra que la température atteinte en C est de 2100 K . Calculer P_C .

Correction : La transformation $B \rightarrow C$ est isochore donc $V = \text{constante}$ donc $P/(nRT) = \text{constante}$. On a alors $P_C/P_B = T_C/T_B = 2100/594 = 3.53$. On calcule $P_B = n_{\text{air}} R T_B/V_B = 1.63 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ donc $P_C = 5.77 \cdot 10^6 \text{ Pa}$

Q6- Calculer la température au point D. On prendra $\gamma^{\text{combustion}} = 1,4$ pour les gaz après combustion.

Correction : Lors de la détente adiabatique, $T V^{\gamma^{\text{combustion}} - 1} = \text{constante}$ donc $T_D/T_C = (V_D/V_C)^{1 - \gamma^{\text{combustion}}} = (8)^{-0.4} = 0.43$ donc $T_D = 941 \text{ K} = 641^\circ\text{C}$

Q7- Comment expliquez-vous que $\gamma^{\text{mélange}}$ soit plus petit que $\gamma^{\text{combustion}}$?

Correction : Plus de degrés de liberté des espèces après combustion

Q8- Pour l'ensemble du cycle $A \Rightarrow B \Rightarrow C \Rightarrow D \Rightarrow A$ exprimer le travail fourni W_{cycle} en fonction de $n^{\text{air}}, T_A, T_B, T_C, T_D, R, \gamma^{\text{mélange}}$ et $\gamma^{\text{combustion}}$. Calculer numériquement W_{cycle} .

Correction :

$$W_{AB} = C_v (T_A - T_B) = R n^{\text{air}} / (\gamma^{\text{mélange}} - 1) (T_A - T_B)$$

$$W_{BC} = 0$$

$$W_{CD} = C_v (T_C - T_D) = R n^{\text{air}} / (\gamma^{\text{combustion}} - 1) (T_C - T_D)$$

$$W_{DA} = 0$$

$$\text{Donc } W_{\text{cycle}} = R n^{\text{air}} / (\gamma^{\text{mélange}} - 1) (T_A - T_B) + R n^{\text{air}} / (\gamma^{\text{combustion}} - 1) (T_C - T_D) \sim 692 \text{ J}$$

Q9- On définit le rendement comme le travail récupéré rapporté à l'énergie libérée par la combustion du mélange air-essence (cette énergie libérée lors de la combustion s'exprime en fonction de $\gamma^{\text{combustion}}$). Calculer le rendement pour un cycle.

Correction : Le rendement η du cycle s'exprime comme $\eta = W_{\text{cycle}}/E_{\text{combustion}} =$

$$W_{\text{cycle}} / [R n^{\text{air}} / (\gamma^{\text{combustion}} - 1) (T_C - T_B)]. \text{ On trouve } \eta \sim 0.69$$

Q10- Le moteur effectue 2300 cycles par minute, combien d'allers-retours le piston effectue-t-il ?

Correction : le piston effectue $2300 \times 2 = 4600$ allers-retours

Q11- Calculer la puissance fournie par le cylindre puis pour un moteur de 4 cylindres. Sachant que 1 chv (cheval-vapeur) = 736 W , exprimer cette puissance en chv.

Correction : la puissance fournie par le cylindre vaut $P = E/\Delta t = 2300 \times W_{\text{cylindre}} / 60 = 26.5 \text{ kW}$ et la puissance fournie par un moteur de 4 cylindres vaut $P_{\text{moteur}} = 4 P = 106 \text{ kW}$.

On trouve $P_{\text{moteur}} \sim 106000/736 = 144 \text{ chv}$