PARTIEL D'OPTIQUE APPLIQUEE

Un aide mémoire de format A4 (recto-verso) ainsi que la calculatrice sont autorisés. Un petit formulaire est à votre disposition à la fin de l'énoncé. Une attention particulière devra être apportée sur la justification des réponses données.
LIRE ENTIEREMENT LE SUJET AVANT DE VOUS LANCER !

Exercice 1 : Interférences à deux sources ponctuelles

On considère deux sources d'ondes sphériques S_1 et S_2 mutuellement cohérentes et de même puissance. On veut déterminer l'intensité en un point M situé loin des sources et placé dans un plan xOy perpendiculaire à la droite (S_1S_2). On note *a* la distance S_1S_2, x,y les coordonnées de M et L la distance de S_2 au plan d'observation.

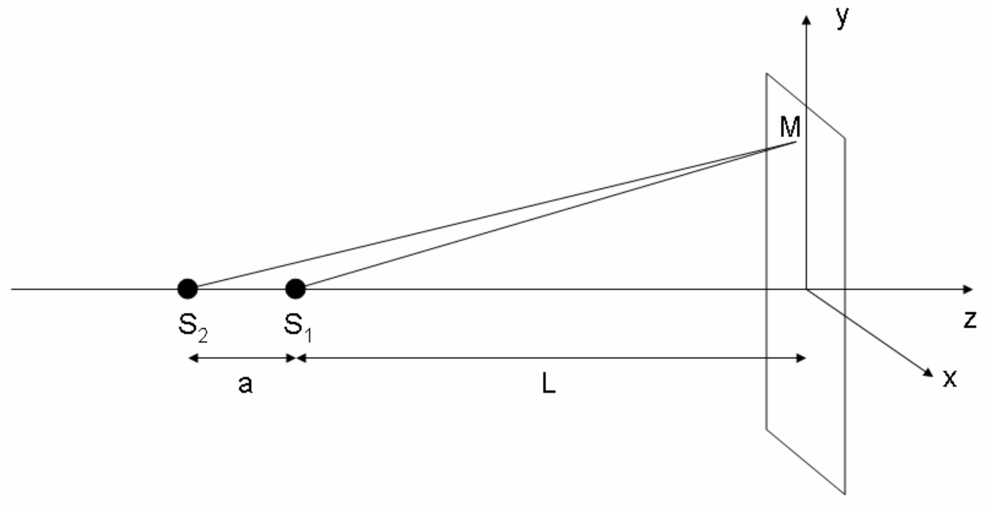
Question 1 : Rappeler l'expression de l'intensité I en M résultant de la superposition de deux ondes d'intensités égales. Comment cette expression dépend –elle du déphasage $\Delta\varphi$ puis de la différence de marche δ entre les deux ondes ?

Question 2 : Exprimer de manière exacte la différence de marche δ entre les deux ondes émises par S_2 et S_1 en M.

Question 3 : Montrer qu'elle dépend uniquement de $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$. Sans calcul, quelle est la forme des franges brillantes ?

Question 4 : Que vaut la différence de marche quand M est en (x=0, y=0) ?

Question 5 : En utilisant le fait que x,y << a,L, effectuer un développement limité de δ (attention, on <u>ne</u> suppose <u>pas</u> que *a* est très petit devant L).

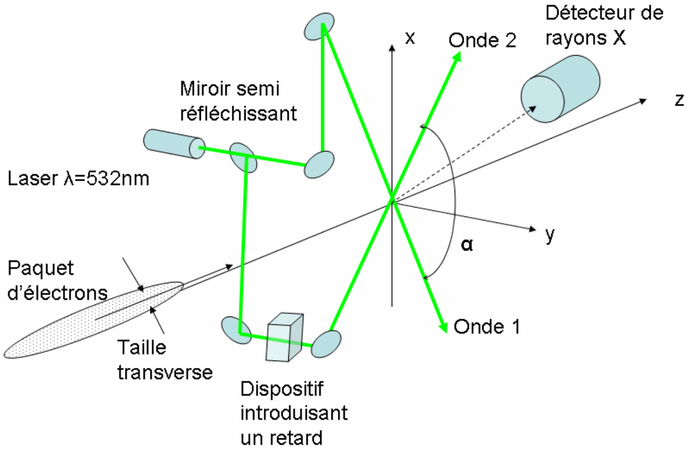


Exercice 2 : Mesure de la taille transverse d'un paquet d'électrons

Dans un accélérateur de particules, la taille transverse du faisceau d'électrons accélérés est un paramètre très important. Cette dimension peut être très petite et donc difficile à mesurer. Il est par ailleurs intéressant de pouvoir faire cette mesure sans perturber le faisceau. De nombreuses méthodes optiques ont été développées dans ce but.

A) Méthode de Shintake

Lorsqu'un électron très rapide passe dans une zone où règne un champ lumineux, il diffuse cette lumière. Cette lumière diffusée a une fréquence très supérieure à celle de l'onde incidente et correspond à des rayons X (effet Doppler). Sa puissance est proportionnelle à l'intensité du champ lumineux incident. La méthode est représentée sur la figure 1. Le faisceau d'électrons se propage suivant Oz et passe dans une zone où deux faisceaux laser de même intensité et de même longueur d'onde (λ=532nm) se croisent avec un angle α *grand*



Question 1 : Pourquoi les deux faisceaux peuvent-ils être mutuellement cohérents ?

On modélise ces faisceaux par des ondes planes qui se propagent dans le plan (xOy). Dans un premier temps on ne considère pas le dispositif introduisant un retard sur le trajet de l'onde 2.

Question 2 : Donner l'expression du champ de chacune de ses ondes planes. On exprimera en particulier les composantes de leurs vecteurs d'onde dans le repère (Oxyz).

Question 3 : Exprimer l'intensité totale dans la zone de croisement et montrer que cette dernière ne dépend que de x, et qu'elle est sinusoïdale. Quelle en est la période spatiale i (ou interfrange) ?

Question 4 : D'après le schéma, de quelle valeur l'interfrange i est-elle proche ?

On fait varier le retard de l'onde 2 par rapport à l'onde 1 à l'aide d'un dispositif qui introduit un chemin optique δ supplémentaire variable sur l'onde 2.

Question 5 : Quel est l'effet de δ sur les franges d'interférence ?

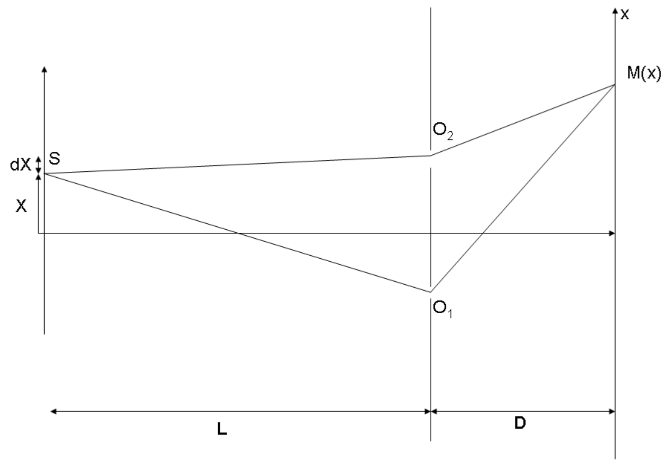
Le faisceau d'électrons traverse le champ d'interférence. On fait varier δ en mesurant le flux de rayons X émis par l'interaction du faisceau d'électrons avec la lumière.

Question 6 : Donner la forme qualitative du flux de rayons X en fonction de δ, si la taille du faisceau est très petite par rapport à i. Même question si la taille du faisceau est très grande par rapport à i.

B) Méthode interférométrique

Si le faisceau d'électrons est dévié par un champ magnétique, il émet du rayonnement électromagnétique de type synchrotron dans la direction tangente à la trajectoire. Il s'agit d'un spectre lumineux très large que l'on peut utiliser pour trouver la taille du faisceau. Comme il est difficile d'en faire une image avec un microscope, on utilise une mesure de cohérence spatiale.

On modélise une section du faisceau par une source étendue composée de points sources mutuellement incohérents. La lumière émise par cette source arrive sur un dispositif de trous d'Young séparés par une distance *a* VARIABLE, et situés à la distance L. On observe les franges d'interférence sur une caméra située à la distance D des trous. On place un filtre spectral qui ne laisse passer que les longueurs d'onde situées autour de λ_0. Un élément S de la source de taille dX est situé à la position X par rapport à l'axe (Ox). On note $dI_0(X) = J(X)dX$ l'intensité que produit sur l'écran un des deux trous éclairé par S s'il était seul.



Question 1 : Calculer la différence de marche entre les trajets SO_2M et SO_1M (on supposera que x, X, et a sont petits devant D et L) ?

Question 2 : Donner l'expression de l'intensité *dI(x)* obtenue sur l'écran lorsque S éclaire les deux trous d'Young.

Question 3 : Justifier que l'intensité totale se met sous la forme :

$$I(M) = 2\int_{-\infty}^{+\infty} J(X)dX + 2\int_{-\infty}^{+\infty} J(X)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{L} + \frac{2\pi}{\lambda}\frac{aX}{D}\right)dX$$

On suppose que le faisceau d'électron a une taille w et a une densité uniforme, de sorte que :

$$J(X) = J_0 \quad si \quad -w/2 < X < w/2$$
$$J(X) = 0 \quad autrement$$

Question 4 : Montrer que l'on peut mettre *I(M)* sous la forme suivante :

$$I(M) = 2I_{tot}\left(1 + C\left(\frac{\pi a w}{\lambda_0 D}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{ax}{L}\right)\right)$$

Où I_{tot} est une constante et C(u) une fonction (que l'on précisera) qui s'annule pour certaines valeurs de u.

Question 5 : On enregistre des interférogrammes pour différentes valeurs de a. On constate que les franges disparaissent pour a=50mm. Calculer la taille de la source ?
AN : L =1m, D =5 m, λ_0 = 600 nm.

Exercice 4 : Mesure de très faibles différences de marche

Les détecteurs d'ondes gravitationnelles LIGO (USA) et VIRGO (Italie) son des interféromètres à deux ondes. Leur structure ressemble à celle d'un interféromètre de Michelson dont les bras ont une longueur L = 4 km. La lumière se propage dans le vide. La source de lumière est un laser à λ=1064nm. Lorsqu'une onde gravitationnelle traverse l'interféromètre, la lumière met un peu plus de temps à se propager suivant un bras de l'interféromètre que sur l'autre. Appelons τ, le temps de propagation suivant un bras et $\Delta\tau$ la différence de temps de propagation provoquée par l'onde gravitationnelle.

Question 1 : Calculer numériquement le temps de propagation sur un bras, puis donner l'expression du le changement de différence de marche introduit par un temps de propagation supplémentaire $\Delta\tau$.

Question 2 : La variation relative de temps de propagation $\Delta\tau/ \tau$ est de l'ordre de 10^{-21}. Quel est l'ordre de grandeur de la variation de différence de marche (on pourra la comparer à λ)? Peut–on observer un décalage de franges dans ces conditions ?

Les intensités circulant dans les deux bras sont supposées identiques (I_0). On règle initialement la différence de marche entre les deux bras pour avoir des interférences destructives sur le détecteur.

Question 3 : Montrer qu'en présence d'une onde gravitationnelle, l'intensité sur le détecteur est de la forme :

$$I = 4I_0 \frac{\pi^2 c^2}{\lambda^2}\Delta\tau^2$$

Question 4 : Pourquoi faut-il (entre autre !) une intensité I_0 très élevée ET ultra-stable ?

Formulaire

$$\sin c(x) = \sin(x)/x$$

$$\cos a \cos b = \tfrac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b))$$

$$\sin a \sin b = \tfrac{1}{2}(\cos(a-b) - \cos(a+b))$$

$$\sin b \cos a = \tfrac{1}{2}(\sin(a+b) - \sin(a-b))$$

$$\sin a \cos b = \tfrac{1}{2}(\sin(a+b) + \sin(a-b))$$

$$1 - \cos(2x) = 2\sin^2(x)$$

$$1 + \cos(2x) = 2\cos^2(x)$$