UNIVERSITE PARIS-SUD **ANNEE 2015-2016**
CENTRE D'ORSAY 29 février 2016

L3 Physique et Applications **CORRIGE**

Partiel de Physique des Composants

Durée 3 heures

Documents non autorisés. Calculatrices autorisées. Les téléphones portables doivent être éteints.

RAPPELS : pour une structure à une dimension suivant *x*

Equation de Poisson dans un semiconducteur : $\frac{d\mathrm{E}}{dx} = -\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = \frac{\rho}{\varepsilon}$

Modèle de dérive-diffusion du courant : $J_n(x,t) = e.n(x,t).\mu_n.\mathrm{E} + e.D_n \frac{\partial n(x,t)}{\partial x}$

$$J_p(x,t) = e.p(x,t).\mu_p.\mathrm{E} - e.D_p \frac{\partial p(x,t)}{\partial x}$$

Relation d'Einstein : $D = \frac{k_B T}{e}\mu$

Equations de continuité : $\frac{\partial n(x,t)}{\partial t} = \frac{1}{e}\frac{\partial J_n(x,t)}{\partial x} + G_n - R_n$

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = -\frac{1}{e}\frac{\partial J_p(x,t)}{\partial x} + G_p - R_p$$

Densité d'électrons dans la bande de conduction d'un semiconducteur non dégénéré :

$$n = N_C \exp\left(\frac{E_F - E_C}{k_B T}\right)$$

Densité de trous dans la bande de valence d'un semiconducteur non dégénéré:

$$p = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{k_B T}\right)$$

<u>Constantes universelles et données à *T* = 300 K pour le silicium</u>

k_BT = 26 meV $N_V = 10^{19}$ cm^{-3} $N_C = 2{,}8\times10^{19}$ cm^{-3} $n_i = 7{,}5x10^9$ cm^{-3} E_g=1,12 eV
μ_n = 1345 cm^2/Vs μ_p=458 cm^2/Vs e = 1,6×10^{-19} C k_B = 1,38×10^{-23} J.K^{-1} =8,62×10^{-5} eV.K^{-1}
0°C=273,15 K h=6,626×10^{-34} Js=4,136×10^{-15} eV.s

I. Choix de matériaux semiconducteurs

Afin de répondre aux questions suivantes, faites référence au tableau ci-dessous (T=300 K).

	GaAs	Si
E_g(eV); énergie de gap	1,42	1,12
N_c (cm^{-3}); densité effective d'états dans la bande de conduction	$4,7x10^{17}$	$2,8\ x10^{19}$
N_v (cm^{-3}); densité effective d'états dans la bande de valence	$7x10^{18}$	10^{19}
n_i (cm^{-3}); densité de porteurs intrinsèque	$1,8x10^{6}$	10^{10}
μ_n ($cm^2\ V^{-1}\ s^{-1}$); mobilité de l'électron	8500	1345
μ_p ($cm^2\ V^{-1}\ s^{-1}$); mobilité du trou	400	458
m_e^*/m_o; masse effective (électrons)	0,067	1,18
m_t^*/m_o; masse effective (trous)	0,45	0,81

1- Nous souhaitons réaliser un dispositif optoélectronique qui émet de la lumière. Nous avons à notre disposition du Si et du GaAs

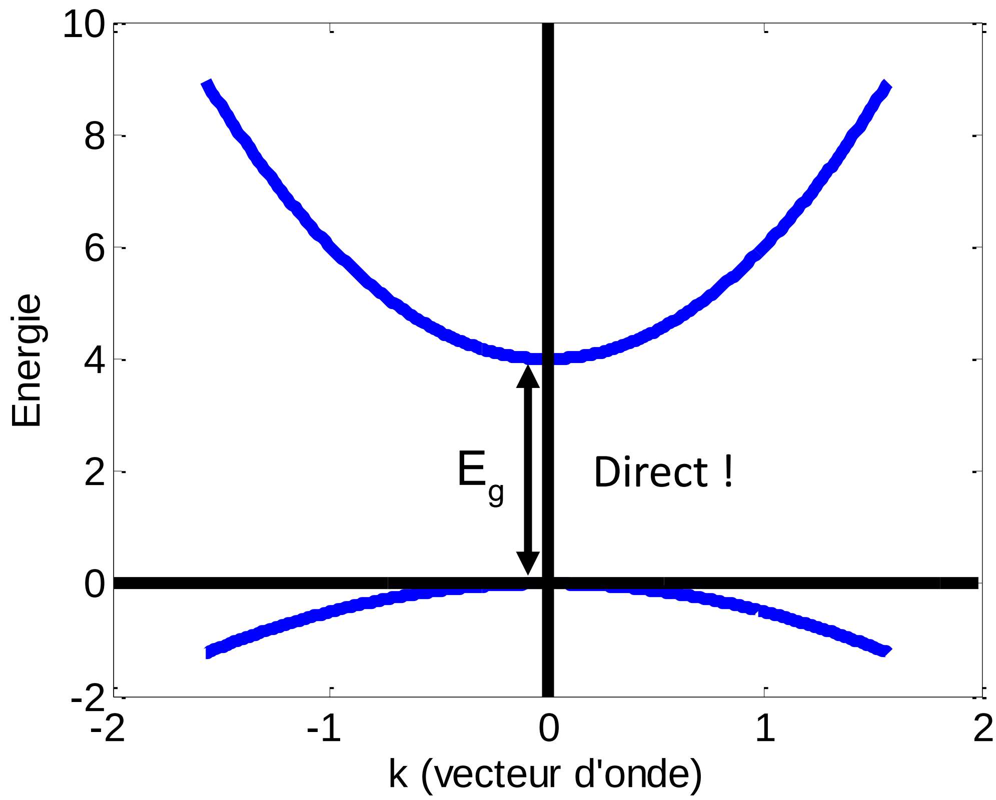
a) Lequel des deux matériaux choisiriez-vous ? *Expliquez*.

GaAs, car gap direct.

Afin de conserver la quantité de mouvement, il faut que le haut de la bande de valence et le bas de la bande de conduction se trouvent à la même valeur de k, le vecteur d'onde d'un électron.

b) Dessinez schématiquement un diagramme de bande (énergie d'un électron en fonction de son vecteur d'onde) et montrez clairement quelle propriété vous a mené à votre choix.

Schéma : Paraboles avec gap direct



2- Nous souhaitons fabriquer un transistor à haute vitesse.

a) Lequel des deux matériaux choisiriez-vous ? *Expliquez*.

GaAs. La mobilité des électrons dans le GaAs est très élevée.

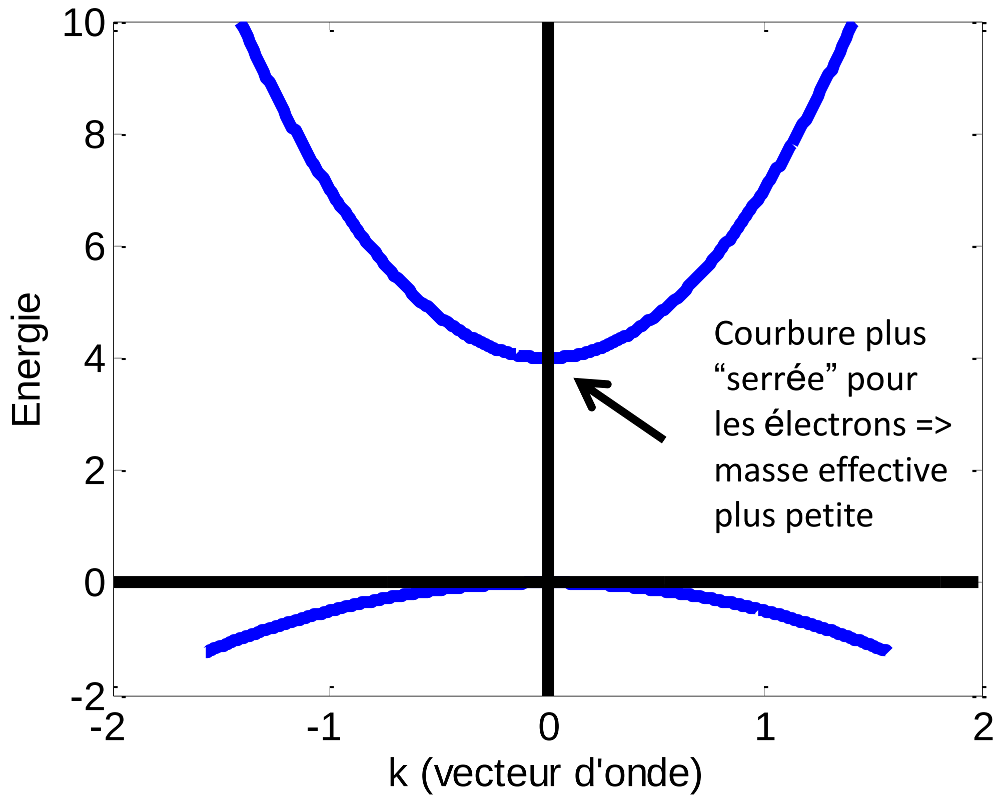
Donc pour un champ appliqué donné, les électrons dans le GaAs iront à une vitesse plus élevée par rapport aux porteurs dans le Si.

b) Choisiriez-vous des électrons ou des trous comme porteurs majoritaires dans votre dispositif ? *Expliquez*.

Des électrons. Leur masse effective est plus faible et donc leur mobilité est plus élevée que pour les trous.

c) Dessinez schématiquement un diagramme de bande (énergie d'un électron en fonction de son vecteur d'onde) et montrez clairement quelle propriété vous a mené à votre choix.

Schéma : Paraboles montrant masse effective plus petite pour électrons.



3- Nous souhaitons fabriquer un dispositif électronique qui fonctionne à haute température.

Lequel des deux matériaux serait le meilleur choix ? *Expliquez*.

Le GaAs, car sa bande interdite est plus grande.

De ce fait, la plage de température où les concentrations des porteurs sont constantes (régime d'épuisement) sera plus grande, avant que le semiconducteur commence à se comporter comme un semiconducteur intrinsèque.

II. Exercices / Réponses courtes

1. Définir ce qu'est **la masse effective** d'un électron. Dans quelles situations faut-il l'utiliser ? Dans quelles situations faut-il utiliser la masse « réelle » ?

Masse effective : la masse qui « prend en compte » les forces à l'intérieur du cristal (interactions avec autres électrons, impuretés, phonons …)

A l'utiliser dans l'expression : Fext = m^* a ; c à d la force totale venant *de l'extérieur* du cristal.

Ftotale (ext+int) = $m^{réel}$ a ; c à d la force totale venant de l'extérieur ET de l'intérieur du cristal.

2. Dans les conditions suivantes a) équilibre thermique, b) dopage uniforme, c) semiconducteur non-dégénéré, d) ionisation complète des atomes dopants, trouver une expression de n et p en fonction de N_D, N_A et n_i. A. N. : faire l'application numérique pour n et p pour le silicium à T=300 K avec N_D =10^{14} cm^{-3} et N_A=10^{13} cm^{-3}.

Utiliser $np = n_i^2$ et $p + N_D = n + N_A$ (le semiconducteur est neutre)

Ca donne

$$n = \frac{N_D - N_A}{2} + \left[\left(\frac{N_D - N_A}{2}\right)^2 + n_i^2\right]^{1/2} \quad (3)$$

$$p = \frac{N_A - N_D}{2} + \left[\left(\frac{N_A - N_D}{2}\right)^2 + n_i^2\right]^{1/2} \quad (4)$$

On ne garde que la racine positive + parce que la concentration des porteurs doit être >=0.[+1]

AN : n ~ 9^{E}13 cm^{-3} ;   p ~ 2,2^{E}6 cm^{-3}

III. Concentrations en électrons et en trous

Soit un alliage semiconducteur du type **<u>In$_{0,53}$Ga$_{0,47}$As</u>** non dégénéré. On définit les niveaux d'énergie suivants : le minimum de la bande de conduction E_C, le maximum de la bande de valence E_V et le niveau de Fermi E_F. La relation énergie-vecteur d'onde dans la bande de conduction peut être assez bien décrite par $E - E_C = \dfrac{\hbar^2 |\vec{k}|^2}{2m_e^*}$. On supposera de même pour les trous de la bande de valence que $E_V - E = \dfrac{\hbar^2 |\vec{k}|^2}{2m_t^*}$. Dans ce cas, les densités d'états dans les bandes de conduction et de valence sont données respectivement par $n_c(E)$ = $8\sqrt{2}\pi\left(\dfrac{m_e^*}{h^2}\right)^{3/2}\sqrt{E - E_C}$ et $n_V(E)$ = $8\sqrt{2}\pi\left(\dfrac{m_t^*}{h^2}\right)^{3/2}\sqrt{E_V - E}$.

On rappelle que $\int_0^{+\infty} x^{1/2}\exp(-x)dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ et que la fonction de distribution des électrons s'exprime sous la forme $f_n(E) \approx \frac{1}{1+\exp\left(\frac{E-E_F}{k_B T}\right)}$.

1- Exprimer la concentration *n* d'électrons libres en fonction de la densité d'états dans la bande de conduction et de la fonction de distribution des électrons.

$n = \int_{\varepsilon_C}^{\varepsilon_C^{sup}} n_C(\varepsilon) f_n(\varepsilon) d\varepsilon$ où ε_C^{sup} est le haut de la bande de conduction (bc).

2- Démontrer que la densité d'électrons dans la bande de conduction d'un semiconducteur non dégénéré peut se mettre sous la forme :

$$n = N_C \exp\left(\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_C}{k_B T}\right)$$

On précisera soigneusement les hypothèses faites. Calculer la valeur numérique de N_C.

Données numériques : k_B = 8,617×10^{-5} eV.K^{-1}; h = 6,62×10^{-34} J.s = 4,136×10^{-5}eV.s ; et m_e^* = 0,041 m_0, où m_0 = 9,1×10^{-31} kg est la masse de l'électron au repos dans le vide.

Pour toute énergie ε de bc, si le bas de la bc ε_C est supérieur d'au moins $3k_BT$ à ε_F, alors $f_n(E) \approx \exp\left(\frac{E_F - E}{k_B T}\right)$ (cas d'un semiconducteur non dégénéré).

Comme généralement $\varepsilon_C^{sup} - \varepsilon_C$ est en général bien supérieur à $3k_BT$, on a donc $n = 8\sqrt{2}\pi\left(\frac{m_e^*}{h^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\varepsilon_C - \varepsilon_F}{k_B T}\right)\int_{\varepsilon_C}^{+\infty}\sqrt{\varepsilon-\varepsilon_C}\exp\left(-\frac{\varepsilon-\varepsilon_C}{k_B T}\right)d\varepsilon$.

Après un changement de variable du type $x = (\varepsilon - \varepsilon_C)/k_BT$ et sachant que $\int_0^{\infty} x^{1/2}\exp(-x)dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$, on obtient finalement $n = N_C \exp\left(-\frac{\varepsilon_C - \varepsilon_F}{k_B T}\right)$ où $N_C = 2\left(\frac{2\pi k_B T m_e^*}{h^2}\right)^{3/2}$.

Pour $In_{0,53}Ga_{0,47}As$, l'application numérique à T = 300 K conduit à N_C = 2,1×10^{17} cm^{-3}.

3- Exprimer la concentration *p* de trous libres en fonction de la densité d'états dans la bande de valence et de la fonction de distribution des électrons. Simplifier l'expression obtenue dans le cas d'un semiconducteur non-dégénéré. Sans refaire tous les calculs, montrer par analogie que la concentration en trous dans la bande de valence peut se mettre sous la forme :

$$p = N_V \exp\left(\frac{\varepsilon_V - \varepsilon_F}{k_B T}\right)$$

Calculer la valeur numérique de N_V pour $m_t^* = 0{,}41\ m_0$.

On a $p = \int_{E_V^{\inf}}^{E_V} n_V(E)(1 - f_n(E))\,dE$

et $p = 8\sqrt{2}\pi\left(\frac{m_t^*}{h^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_V}{k_B T}\right) \int_{-\infty}^{\varepsilon_V} \sqrt{\varepsilon_V - \varepsilon}\ \exp\left(-\frac{\varepsilon_V - \varepsilon}{k_B T}\right) d\varepsilon$

et par un raisonnement similaire au cas précédent on obtient $p = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{k_B T}\right)$ où

$N_V = 2\left(\frac{2\pi k_B T m_t^*}{h^2}\right)^{3/2}$,

soit à 300 K, $N_V = 6{,}6\times10^{18}\ cm^{-3}$

4- Qu'appelle-t-on un semiconducteur intrinsèque ? Dans un tel semiconducteur, exprimer le produit de la concentration en électrons et en trous. En déduire les concentrations en électrons et en trous à l'équilibre thermodynamique. Calculer leurs valeurs numériques à T = 300 K avec comme énergie de bande interdite (ou gap) ε_G = 0,74 eV

Un semiconducteur est dit intrinsèque quand il est pur.

On a de plus à l'équilibre $np = N_C N_V \exp\left(\frac{\varepsilon_V - \varepsilon_C}{k_B T}\right) = N_C N_V \exp\left(-\frac{\varepsilon_G}{k_B T}\right) = n_i^2$.

Dans un semiconducteur intrinsèque, $n = p = n_i$,

soit ici $n_i = 7{,}2\times10^{11}\ cm^{-3}$.

5- Exprimer le niveau de Fermi intrinsèque ε_i en fonction de ε_C, ε_V, N_C et N_V. Calculer numériquement la position de ε_i par rapport à ε_V. Tracer un diagramme de bande montrant E_i par rapport au centre du gap.

On peut déduire de $n = p$ que le niveau de Fermi intrinsèque est donné par $\varepsilon_i = \frac{\varepsilon_C + \varepsilon_V}{2} - \frac{k_B T}{2} \ln \frac{N_C}{N_V}$ soit encore $\varepsilon_i - \varepsilon_V = \frac{\varepsilon_G}{2} - \frac{k_B T}{2} \ln \frac{N_C}{N_V}$,

soit ici $\varepsilon_i - \varepsilon_V = 0{,}46$ eV.

(On peut remarquer que dans le cas d'un semiconducteur à gap relativement faible comme $In_{0,53}Ga_{0,47}As$ et avec une grande dissymétrie entre masses de densité d'états de la bc et de la bv, l'écart entre la position du niveau de Fermi intrinsèque et le milieu de la bande interdite (0,09 eV ici) commence à ne pas être négligeable.)

Diagramme de bande avec Ei

IV. Equations de continuité

Un rayon mystérieux frappe la terre. Ce rayon fait disparaître tous les porteurs minoritaires. Les porteurs majoritaires ne sont pas touchés. Sur votre bureau, vous avez un morceau de silicium uniformément dopé, qui n'est pas influencé par la lumière de la pièce et qui est à l'équilibre thermodynamique au temps $t=0$, le moment où le rayon mystérieux arrive sur terre. Le dopage vaut $N_A=10^{16}$ cm^{-3}, la durée de vie des porteurs minoritaires est 10^{-6} s et T=300K.

1-Que pouvez-vous conclure du fait que la lumière de la pièce n'influence pas le morceau de silicium ?

L'énergie du gap est plus grande que l'énergie correspondant à la lumière de la pièce.

2-Que vaut Δn à $t=0^+$ (juste après $t=0$) ?

$\Delta n=n-n_o$;[1] $n=0$ donc $\Delta n= -n_o$ (négatif !!!)

3-Quel processus domine entre la génération et la recombinaison, à $t=0^+$? Expliquer.

Il n'y a pas assez de porteurs minoritaires par rapport à l'équilibre, c'est la génération qui va dominer.

4-Trouver une expression pour $\Delta n(t)$ pour $t > 0$, et la tracer.

$$\frac{d\Delta n}{dt} = \frac{1}{e}\frac{dJ_x}{dx} + G_n - R_n \;; \quad [1] \; \frac{d\Delta n}{dt} = +\frac{\Delta n}{\tau} \;; \qquad \frac{d\Delta n}{dt} - \frac{\Delta n}{\tau} = 0 \; [1]$$

Conditions aux limites : à $t=0^+$, $\Delta n = -n_o$; pour t=> infini, $\Delta n \Rightarrow 0$;

$$\Delta n = -n_o e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Schéma

V. Interprétation des diagrammes de bandes (énergie d'un électron en fonction de la position)

Un dispositif en **silicium** à 300 K est caractérisé par le diagramme de bande ci-dessous. E_c est l'énergie du bas de la bande de conduction, E_v est l'énergie du haut de la bande de valence, E_F est l'énergie de Fermi et E_i est l'énergie de Fermi intrinsèque. L est la longueur du dispositif dans la direction x. Utiliser le diagramme de bande ci-dessous afin de répondre aux questions suivantes. *Prenons comme hypothèse que dans chaque région il n'y a qu'un type de dopant présent.*

1. Le dispositif est-il à l'équilibre thermodynamique ? *Expliquer.*

Oui, car E_F est horizontal.

2. Le semiconducteur est-il partout « dégénéré » ou partout « non-dégénéré » ? Si tel est le cas, expliquez pourquoi. Sinon, expliquez pourquoi et donnez les régions (approximatives) où le semiconducteur est soit « dégénéré » soit « non-dégénéré ».

Le semiconducteur est partout dégénéré, car $E_V + 3k_BT < E_F < E_C - 3k_BT$ partout.

3. Quel est le type de dopant (dominant)
   a) à x=0 ? p E_F plus près de E_V
   b) à x=L/2 ? n E_F plus près de E_C
   c) à x=L ? p E_F plus près de E_V
   d) *Expliquer* vos réponses a) à c).

3. Quelles sont les concentrations d'électrons dans la bande de conduction et de trous dans la bande de valence à x=L/2 ?

$$n = N_C \exp\left(\frac{E_F - E_C}{k_B T}\right)$$ n ~ 4E14 cm^{-3}

$$p = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{k_B T}\right)$$ p ~ 1,4E5 cm^{-3}

4. Quelles sont les concentrations d'électrons dans la bande de conduction et de trous dans la bande de valence à x=5L/16?

$n=p=n_i=10^E10\ cm^{-3}$

5. Tracer la variation du potentiel en fonction de x

Schéma : négatif de E_C

6. Diviser le dispositif en plusieurs sections et trouver une expression du potentiel dans chacune.

$\phi = -E_C / e$ Son unité est « V » (volts)

Posons $\phi=0$ à x=0 ;

$\phi=0 \qquad 0 \leq x \leq \frac{L}{4}$

$$\phi = \frac{0{,}71}{\frac{L}{8}}\left(x - \frac{L}{4}\right) = \frac{5{,}68}{L}\left(x - \frac{L}{4}\right);\ \frac{L}{4} \leq x \leq \frac{3L}{8}$$

$\phi=0{,}71 \qquad \frac{3L}{8} \leq x \leq \frac{5L}{8}$

$$\phi = 0{,}71 + \frac{0{,}41}{\frac{L}{8}}\left(x - \frac{5L}{8}\right) = 0{,}71 + \frac{3{,}28}{L}\left(x - \frac{5L}{8}\right);\ \frac{5L}{8} \leq x \leq \frac{3L}{4}$$

$\phi=0{,}3 \qquad \frac{3L}{4} \leq x \leq L$

7. Trouver une expression du champ électrique dans chacune des différentes régions du dispositif.

$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dx}$

$\varepsilon=0 \qquad 0 \leq x \leq \frac{L}{4}$

$$\varepsilon = -\frac{0{,}71}{\frac{L}{8}}(x) = -\frac{5{,}68}{L}(x);\ \frac{L}{4} \leq x \leq \frac{3L}{8}$$

$\varepsilon=0 \qquad \frac{3L}{8} \leq x \leq \frac{5L}{8}$

$$\varepsilon = -\frac{0,41}{\frac{L}{8}}(x) = -\frac{3,28}{L}(x);\ \frac{5L}{8} \leq x \leq \frac{3L}{4}$$

$\varepsilon=0$ $\qquad \frac{3L}{4} \leq x \leq L$

8. Trouver la valeur du champ électrique pour L=0,8 cm à
   a) x=L/2 0
   b) x=L 0
   c) x=5L/16 $\varepsilon = 7.1$ V/cm

10. Quelle est la valeur du courant ***total*** dans le dispositif ? _Expliquer_ votre réponse.

Le courant total est nul car le dispositif est à équilibre thermodynamique.

11. Le courant de ***diffusion*** est-il nul à x=5L/16 ? _Expliquer_ votre réponse. S'il est non-nul, donner sa valeur pour L=0,8 cm.

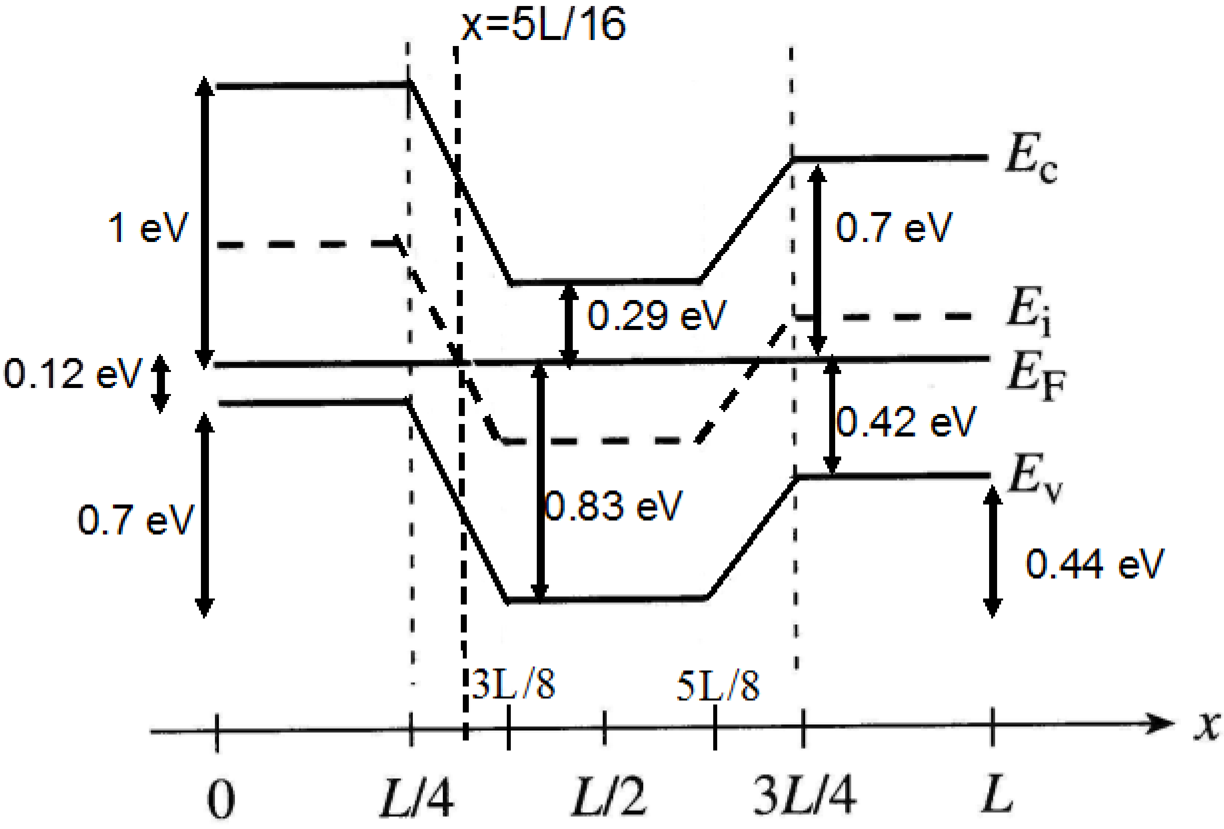
Le courant total est nul, mais à x=5L/16 nous avons un champ électrique (voir ci-dessus), ce qui nous donnera un courant de dérive. Le courant de diffusion aura la même valeur que ce courant de dérive, mais il sera dans le sens opposé.

$$J_{dérive} = e(n\mu_n + p\mu_p)\varepsilon$$

$J_{dérive}$= 0,02 mA / cm^2

12. En général, quelle condition permet d'avoir un courant de diffusion dans un semiconducteur ?

Un dopage non-uniforme


x=5L/16
1 eV
0.12 eV
0.7 eV
0.29 eV
0.83 eV
0.7 eV
0.42 eV
0.44 eV
E_c
E_i
E_F
E_v
3L/8
5L/8
0
L/4
L/2
3L/4
L
x