Comportement des matériaux solides et liquides

Examen 2017-2018

Documents non autorisés. Calculatrice autorisée. Durée 3h

1 Méthode de Wilhemy

Dans la suite, nous allons nous intéresser à la méthode de Wilhemy pour mesurer la tension de surface.

1. Citez une autre méthode expérimentale (par exemple, vue en TP) pour mesurer la tension de surface. Faire un schéma, expliquer le principe physique à l'origine de la méthode et le principe de mesure.

   En ce qui concerne la méthode de Wilhemy (voir figure 1), il s'agit de plonger une plaque de platine dans une solution dont on veut mesurer la tension de surface et de mesurer la force nécessaire à la retirer. Le bécher est posé sur un élevateur permettant de le descendre petit à petit et donc de sortir la plaque hors de la solution. La plaque est accrochée à un capteur de force permettant de mesurer la force appliquée sur celle-ci.

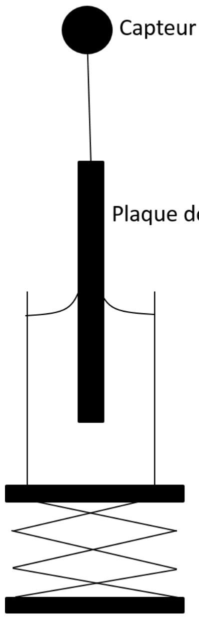

FIGURE 1 – *Schéma de la mesure de la tension de surface par la méthode de Wilhemy*

2. On sort très lentement la plaque de la solution. Elle passe de la situation A (ligne continue sur la figure 2) à la situation B (ligne pointillée sur la même figure). Ecrire l'énergie $E_B - E_A$ nécessaire pour passer d'une situation à l'autre. On appelle γ_{sl} la tension de surface entre le platine et la solution et γ_{sg} entre le platine et l'air. On notera $L = 1$ cm la largeur de la plaque.
3. Dessinez l'angle de contact Θ sur le schéma de la figure 2.
4. Rappelez l'expression de Θ en fonction des tensions de surface mises en jeu. On appellera γ la tension de surface liquide/air.
5. En déduire l'expression de $E_B - E_A$ en fonction de L, de γ, de Θ et de dx. Quel est le travail de la force de tension de surface F_γ exercée sur la ligne de contact pour passer de la situation A à la situation B ? En déduire la force F_γ.

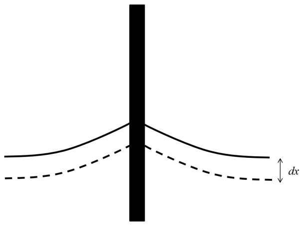

FIGURE 2 – *Mesure de l'énergie nécessaire pour sortir la plaque du liquide*

6. On appelle F la force mesurée par le capteur. Effectuer un bilan des forces juste avant que la plaque quitte le bain pour dire ce que mesure F. Comment faire pour que F ne mesure que la force de tension de surface ?
7. On effectue une expérience avec deux solutions différentes. La première est en mouillage total. Qu'est ce que cela signifie pour Θ ? On mesure une force F_γ=1.4mN lorsque le ménisque se détache de la plaque. La seconde a un angle de contact $\Theta = 45°$. On mesure une force F_γ= 0,5 mN. Dans les deux cas calculez la tension de surface. De quels liquides peut-il s'agir ?

2 Evolution en température d'un polymère sous traction

On considère un élastomère (caoutchouc) de longueur à vide $L_0 = 10$ cm et de section $S = 10^{-5}$ m^2. On y attache un poids de masse $m = 1$ kg.

1. Faire un schéma.
2. Donner l'expression de σ_{zz}, la contrainte sur la face du bas du coutchouc. Faire l'application numérique. Donner le tenseur des contraintes appliqué au caoutchouc.
3. Donner le tenseur des déformations correspondant en utilisant le module d'Young E et le module de Poisson ν du caoutchouc. A combien est égal le module de poisson ?
4. Calculez la longueur sous traction L_t observée lorsqu'on accroche le poids au caoutchouc. Faire l'application numérique (Le module d'Young est de 1 MPa à température ambiante).

   Pour un caoutchouc, le module d'Young dépend de la température T : $E = \frac{3\rho RT}{M_e}$ avec $\rho = 920$ kg/m^3 la masse volumique du caoutchouc, $M_e = 6,8$ kg/mol la masse molaire entre enchevêtrements et $R = 8,31$ J/Mol/K la constante des gaz parfaits.
5. Comment la longueur L_T varie-t-elle avec la température ? Quelle température faut-il appliquer au caoutchouc pour observer une longueur sous traction $L_f = 18$ cm.
6. Que se passerait-il si on remplaçait le caoutchouc par du métal ?

3 Instabilité de Rayleigh Plateau

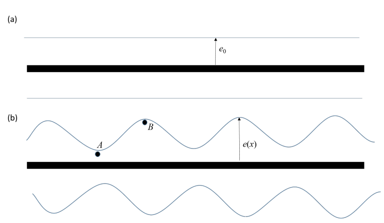

FIGURE 3 – *(a) Cylindre de liquide entouré autour d'une fibre de rayon b. (b) Instabilité de Rayleigh Plateau : l'épaisseur du cylindre de liqiuide devient variable le long de la fibre.*

On appelle l'instabilité de Rayleigh-Plateau l'instabilité subie par un cylindre liquide sur une fibre de rayon b (Figure 3). Initialement, le cylindre est recouvert d'une couche e_0 de liquide (Figure 3(a)). Cette épaisseur subit une instabilité et l'épaisseur varie sinusoïdalement avec x telle que $e(x) = e_0 + \delta_e cos(qx)$ (Figure 3(b)).

3.1 Direction transversale

On commence à s'intéresser à la direction transverse, c'est à dire qu'on se place dans le plan perpendiculaire à la fibre.

1. Dans ce plan, quelle est le rayon de courbure principal de la surface liquide air
   (a) Au point le plus mince noté A sur la figure 3(b) ? On appelera ce rayon R_A.
   (b) Au point le plus épais noté B sur la figure 3(b) ? On appelera ce rayon R_B.
2. Si on ne prend en compte que ces rayons de courbure, quelle est la différence de pression $\Delta P = P_B - P_A$ entre le point A et le point B ?
3. On considère que $\delta_e \ll e_0 + b$. Montrer que
$$\Delta P = -\frac{2\gamma\delta_e}{(b+e_0)^2} \tag{1}$$
4. En déduire dans quelle direction est l'écoulement produit par cette différence de pression.

3.2 Direction longitudinale

On se place maintenant dans le plan de la fibre, c'est à dire dans le plan corespondant au schéma de la figure 3(b). En tout point, la courbure de l'interface est donnée par $-\frac{\partial^2 e}{\partial x^2}$.

1. Calculer la courbure en tout point.
2. Quelle est la valeur de la pression P'_A au point A et P'_B au point B.
3. En déduire le sens de l'écoulement créé par la différence de courbure dans la direction longitudinale.

3.3 Instabilité

1. Montrer que la différence de pression totale entre les points A et B est
$$P_B - P_A = 2\gamma q^2 \delta_e - 2\gamma \frac{\delta_e}{(e_0+b)^2}. \tag{2}$$
   Dans la suite, on considèrera $e_0 \ll b$.
2. Quelle est la condition sur q pour que l'on ait une instabilité ?
3. On peut montrer par l'hydrodynamique que δ_e est donné par l'équation différentielle suivante :
$$\frac{de}{dt} = \frac{\gamma e_0^3}{3\eta} q^2 \left(\frac{1}{b^2} - q^2\right) \delta_e \tag{3}$$
   Calculer le temps caractéristique τ de variation de e par analyse dimensionelle de cette équation différentielle.
4. La longueur d'onde de l'instabilité $\lambda = \frac{2\pi}{q}$ est donnée par le nombre q qui correspond au temps le plus court et donc qui se développe le plus rapidement. Calculez la valeur de q pour laquelle τ est minimum. Montrer que
$$\lambda = 2\pi\sqrt{2}b \tag{4}$$

3.4 Application à une toile d'araignée

En utilisant la photographie de la figure 4, estimer la taille d'un fil de toile d'araignée.

FIGURE 4 – *Photographie d'une toile d'araignée recouverte de rosée. La barre noire sur la photographie représente une distance de 3 mm.*

3.5 Vérification de la loi prédite

Proposer un protocole pour vérifier la prédiction de l'équation 4. Vous suivrez les étapes suivantes :
— Décrire succinctement le protocole à suivre
— Faire un schéma de l'expérience
— Donner les paramètres à mesurer et tracer sur un graphique la courbe que vous vous attendez à obtenir si l'équation est vérifiée.

4 Résolution de problème : le plongeoir

Cet exercice est de type "résolution de problème". Cela signifie que nous allons simplement poser une question et que vous devez essayer d'y répondre sans autre indication. Nous vous invitons vivement à commencer par :
— *Représenter la situation physique par un dessin/schéma,*
— *Identifier les grandeurs physiques qui vous paraissent importantes pour répondre à la question.*
— *Leur donner un nom et estimer leur valeur.*
— *Énoncer les lois physiques qui vous paraissent pertinentes (nom, énoncé, équation).*
— *Résoudre le problème en donnant une formule littérale.*
— *Effectuer l'application numérique*
— *La commenter*

Ces différentes étapes font partie intégrante du barème. Chacune d'entre elle vous rapporte des points même si vous n'allez pas au bout du calcul. Inversement, ne pas respecter ces étapes vous fera perdre des points même si vous allez au bout.

Question : Quelle est la déflexion du plongeoir lorsqu'un individu monte dessus ?

Indications :
— *On utilisera un bilan énergétique*
— *On rappelle l'énergie U_{el} nécessaire pour fléchir une poutre de moment quadratique I et de longueur L pour qu'elle atteigne un rayon de courbure R*

$$U_{el} = \frac{1}{2}\frac{EI}{R^2}L \tag{5}$$