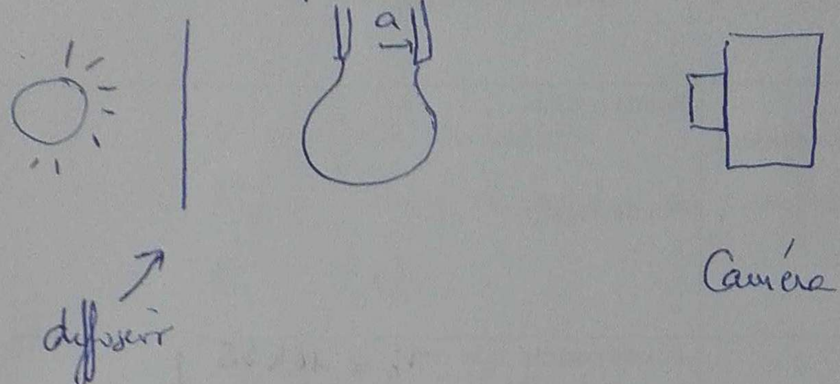
Comportement des matériaux

1- Méthode de Wilhelmy

1- Goutte pendante

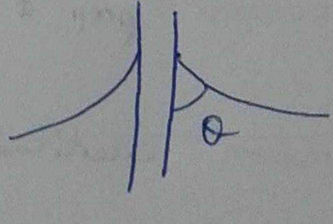


$$2\pi a \gamma \sim \rho g \frac{4}{3} \pi R^3$$

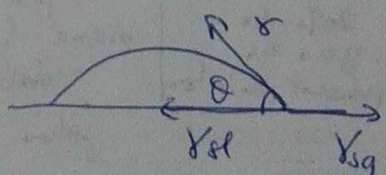
2 – $E_2 - E_1 = 2 (\gamma_{sg} - \gamma_{sl}) L \, dx$.

2 côtés de la plaque

3 –



4 –



$$\gamma_{sl} + \gamma \cos\theta = \gamma_{sg}$$

$$\boxed{\cos\theta = \frac{\gamma_{sg} - \gamma_{sl}}{\gamma}}$$

5 - $E_2 - E_1 = \gamma \cos\theta \, L \, dx$

$\delta W = (E_2 - E_1) = F_\gamma \, dx$

$F_\gamma = 2\gamma \cos\theta \, L$

6 - F = force du capteur

F_γ = force de tension de surface

P = Poids.

$\vec{F} + \vec{F_\gamma} + \vec{P} = \vec{0}$

$\vec{F} = -(\vec{F_\gamma} + \vec{P})$

$\Rightarrow$ il faut tarer le poids.

7 - Mouillage total $\theta = 0$

$F_\gamma = 2\gamma L \Rightarrow 2\gamma = \dfrac{F_\gamma}{L}$

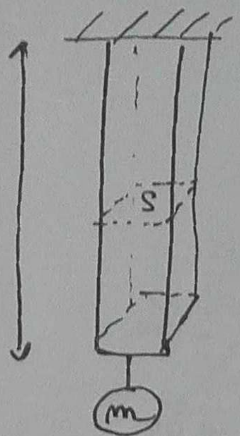
$\gamma = \dfrac{1{,}4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-2}}$

$= 70 \text{ mN/m}$ (eau)

$\theta = 45°$ $\gamma = \dfrac{F_\gamma}{2L\cos\theta} = \dfrac{5 \cdot 10^{-4}}{\cancel{2} \cdot 10^{-2} \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}}$

$\sim 30 \text{ mN/m}$ (savon !)

2- Evolution en température d'un polymère sous traction

1) 

L_0

2) $\sigma_{zz} = \dfrac{mg}{S} = \dfrac{1 \times 10}{10^{-5}} \simeq 10^{6}\ \text{Pa}$

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

3)
$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} -\frac{\nu}{E}\sigma_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\nu}{E}\sigma_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_{zz}}{E} \end{bmatrix}$$

$\nu = 0{,}5$ (caoutchouc)

4) $L_t = L_0 + \varepsilon_{zz} L_0 = \left(1 + \dfrac{\sigma_{zz}}{E}\right) L_0$

$= \left(1 + \dfrac{10^{6}}{10^{6}}\right) L_0$

$= 2\, L_0$

$= 20$ cm

5) $L_t = \left(1 + \dfrac{\sigma_{zz}}{E}\right) L_0 \qquad E = \dfrac{3\rho R T}{M_e}$

$T \nearrow \quad E \nearrow \quad L_t \searrow$

$$L_f = \left(1 + \frac{\sigma_{zz}}{3\rho RT/M_e}\right) L_0$$

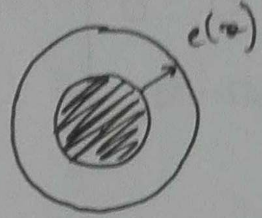
$\dfrac{1}{T} = \dfrac{3\rho R/M_e}{\sigma_{zz}} \left(\dfrac{L_f}{L_0} - 1\right) \qquad T = \dfrac{\sigma_{zz}}{3\rho R/M_e \left(\dfrac{L_f}{L_0} - 1\right)} = \dfrac{6{,}8\ 10^{6}}{3 \cdot 920 \cdot 8{,}31 \cdot [illegible]{,}98}$

$= 370$ K

6 - Pour du métal $\varepsilon \searrow$ quand $T \nearrow$

3 - Instabilité de Rayleigh - Plateau

3.1 Direction transversale

1) 

a) $R_A = b + e_0 - \delta e$

b) $R_B = b + e_0 + \delta e$

2) $$\Delta P = P_B - P_A = \frac{\gamma}{R_B} - \frac{\gamma}{R_A}$$

$$= \frac{\gamma}{b+e_0+\delta e} - \frac{\gamma}{b+e_0-\delta e}$$

3) $$\Delta P = \frac{\gamma}{b+e_0\left(1+\frac{\delta e}{b+e_0}\right)} - \frac{\gamma}{b+e_0\left(1-\frac{\delta e}{b+e_0}\right)}$$

$$= \frac{\gamma}{b+e_0}\left(\frac{1}{1+\frac{\delta e}{b+e_0}} - \frac{1}{1-\frac{\delta e}{b+e_0}}\right)$$

$$= \frac{\gamma}{b+e_0}\left(1 - \frac{\delta e}{b+e_0} - 1 - \frac{\delta e}{b+e_0}\right)$$

$$= -\frac{2\gamma\,\delta e}{(b+e_0)^2}$$

4) $\Delta P < 0$ $\quad P_A > P_B$

Écoulement de A vers B

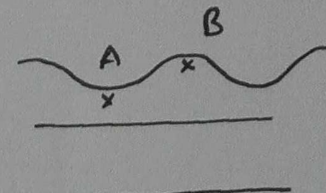
3.2 Direction Longitudinale

1) $C = -\dfrac{\partial^2 e}{\partial x^2}$

$e = e_0 + \delta_e \cos qx$

$\dfrac{\partial e}{\partial x} = + \delta_e q \sin qx$

$\dfrac{\partial^2 e}{\partial x^2} = - \delta_e q^2 \cos qx \qquad \mathcal{C} = \delta_e q^2 \cos qx$

2) en A : $\cos qx = -1$ 

$\mathcal{C} = -\delta_e q^2 \qquad P_A' = P_0 - \gamma \delta_e q^2$

$P_B' = P_0 + \gamma \delta_e q^2$

3) $P_B' - P_A' = + 2\gamma \delta_e q^2$

Écoulement de B' vers A'

3.3 Instabilité

1) $P_B - P_A = 2\gamma \delta_e q^2 - \dfrac{2\gamma \delta e}{(b+e_0)^2}$

2) Pour avoir une instabilité, il faut un écoulement de A vers B et donc

$P_B - P_A < 0$

$$\cancel{2\gamma \delta_e} q^2 < \frac{2\gamma \delta e}{(b+e_0)^2} \sim \frac{\cancel{2\gamma \delta e}}{b^2}$$

$$\boxed{q^2 < \frac{1}{b^2}}$$

3) $\dfrac{de}{dt} = \dfrac{\gamma e_0^3}{3\eta} q^2 \left(\dfrac{1}{b^2} - q^2\right) \delta_e$

$$z = \frac{3q}{\gamma e_0^3 q^2 \left(\frac{1}{b^2} - q^2\right)}$$

4) $$\frac{\partial z}{\partial q} = -\frac{3q}{\gamma e_0^3} \frac{\left(\frac{2q}{b^2} - 4q^3\right)}{\left(\frac{q^2}{b^2} - q^4\right)^2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial q} = 0 \qquad \frac{\cancel{2q}}{b^2} = {}^{2}\cancel{4}q^{\cancel{3}\,2}$$

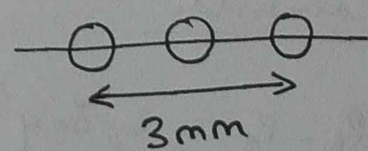
$$q^2 = \frac{1}{2b^2} = \frac{4\pi^2}{\lambda^2}$$

$$\lambda^2 = 8\pi^2 b^2$$

$$\boxed{\lambda = 2\sqrt{2}\,\pi b}$$

3.4 Application à la toile d'araignée

base unité = 3mm

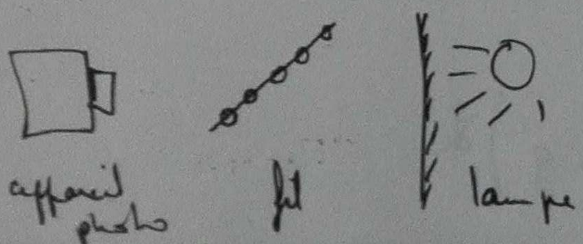


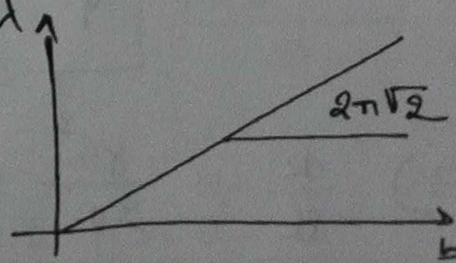
$\lambda = 2\pi\sqrt{2}\, b$

$$b = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{2}} = \frac{3\,10^{-3}}{2\sqrt{2}\,\pi} \sim 338\,\mu m$$

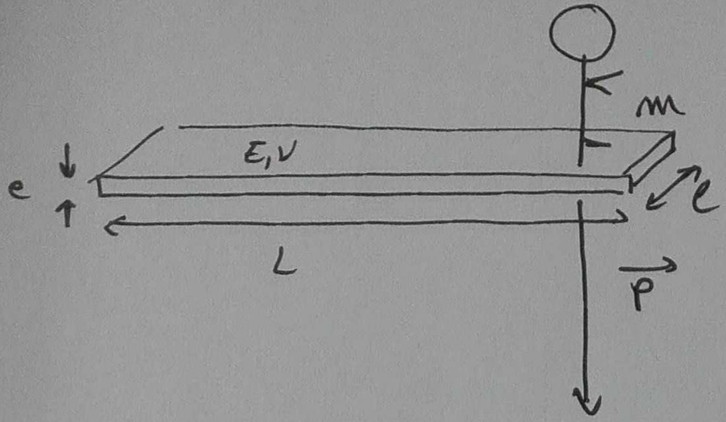
3.5 Vérification de la loi prédite

* on prend des fils de diamètre b variable
* on les trempe dans l'eau
* on les prend en photo et on mesure λ.





4. Résolution de problème : le plongeoir



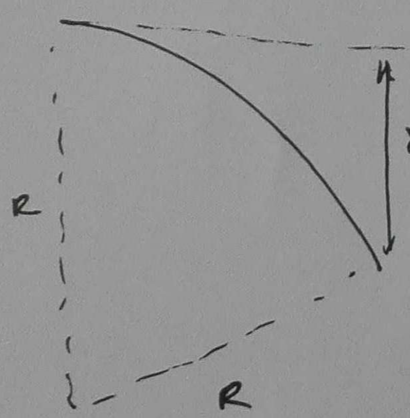
- masse de l'homme & m
- dimension du plongeoir e×l×L
- matériaux de module d'Young E et de coefficient de Poisson ν.

* Le plongeoir se courbe.

- énergie élastique $U_{el} = \frac{1}{2}\frac{EI}{R^2}L$

avec $I = \frac{le^3}{12}$ et $R \sim \frac{\delta^2}{L}$

- énergie potentielle $mg\delta$



* Les deux énergies se compensent

$$mg\delta \sim \frac{E}{24}\frac{le^3}{12}\frac{L^2}{\delta^4}$$

$$\delta^5 \sim \frac{E}{24}\frac{le^3L^2}{mg} \sim \frac{\cancel{10^6} \times 3.10^{-2} \times 2^3.\cancel{10^{-6}}.2^2}{24 \times 10^2 \times 10}$$

$$\sim \frac{3 \times 3,2}{24} \times \frac{10}{10^4} \sim 10^{-2}$$

$\delta \sim 40$ cm