Comportement des matériaux solides et liquides

Partiel 2017-2018

Documents non autorisés. Calculatrice autorisée. Durée 2h

1 Flexion d'un plongeoir sous son propre poids

On installe un plongeoir (Fig. 1b) et on veut éviter qu'il ne flambe sous son propre poids. Nous allons donc calculer la flèche d'une poutre encastrée, horizontale et qui n'est soumise qu'à son propre poids (Fig. 1a).

On rappelle l'équation des poutres soumises à une force linéïque F_L perpendiculaire à son axe principal

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = F_L \tag{1}$$

1. Ici, le plongeoir est en plastique, matériau de masse volumique $\rho = 2000$ kg/m^3, de longueur $L = 3$ m, de largeur $b = 30$ cm et d'épaisseur $e = 3$ cm. Exprimer la masse par unité de longueur m_L dans la direction x du plongeoir. En déduire l'expression du poids linéïque P_L du plongeoir.
2. Quels sont les noms des paramètres E et I dans l'équation 1 ?
3. Montrer que, dans le cas du plongeoir, $I = \frac{be^3}{12}$
4. Quelles sont les conditions aux limites sur y et $\frac{\partial y}{\partial x}$ en $x = 0$? On donne les conditions aux limites en $x = L$: $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$ et $\frac{\partial^3 y}{\partial x^3} = 0$.
5. En déduire la déformée du plongeoir $y(x)$.
6. On prend un plongeoir en polycarbonate, de module d'Young $E = 2$ GPa et de masse volumique $\rho = 900$ kg/m^3. Calculer la flèche. Qu'en pensez vous ? Quel conseil donneriez vous à la piscine ?

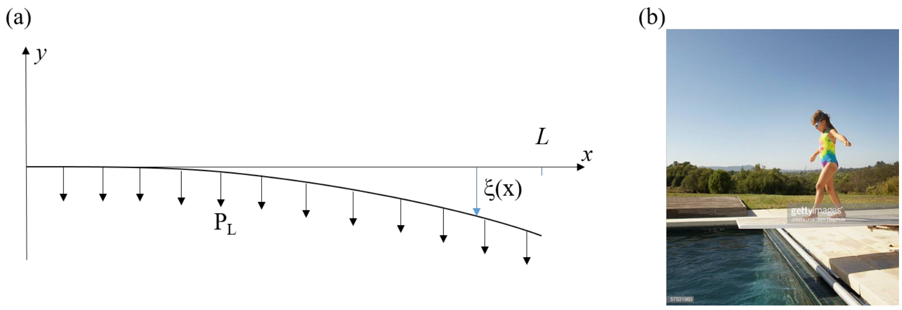

Figure 1 – *(a) schéma d'une poutre en flexion sous son propre poids (b) photographie du plongeoir.*

2 Allongement d'une poutre sous son propre poids

On veut regarder l'effet de l'allongement d'une poutre de section S et de longueur L sous son propre poids (Figure 2). Le matériau qui constitue la poutre est de module d'Young E et de coefficient de Poisson ν. On considère une tranche de cette poutre de hauteur dz.

1. Quelle est la contrainte exercée par le poids du bas de la poutre sur la tranche de hauteur dz ?
2. Ecrire le tenseur des contraintes puis le tenseur des déformations subies par la tranche de hauteur dz ?

3. En déduire l'allongement $d\ell$ de la tranche de hauteur dz dans la direction longitudinale. Puis calculer l'allongement total et la déformation ϵ_t totale de la poutre.
4. On considère un matériau en plastique, de masse volumique $\rho = 2000$ kg/m^3 de module d'Young $E = 200$ MPa et de coefficient de Poisson $\nu = 0.4$. A partir de quelle longueur de la poutre observe-t-on une déformation mesurable de 1%.

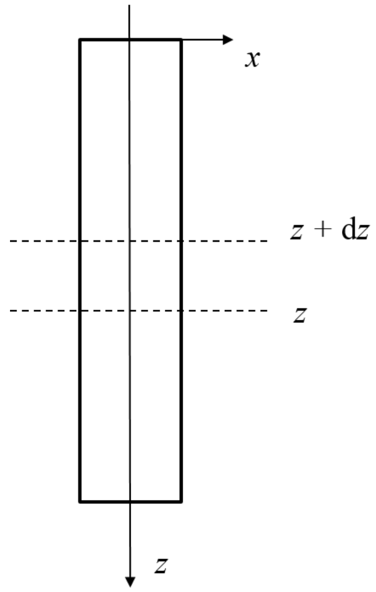

FIGURE 2 – *schéma d'une poutre en traction sous son propre poids .*

3 Nanoparticules enrobées

On considère des sphères de taille nanométrique (appelées nanoparticules) dispersées dans un solvant organique. Ces nanoparticules interagissent notamment *via* des interactions de Van der Waals.

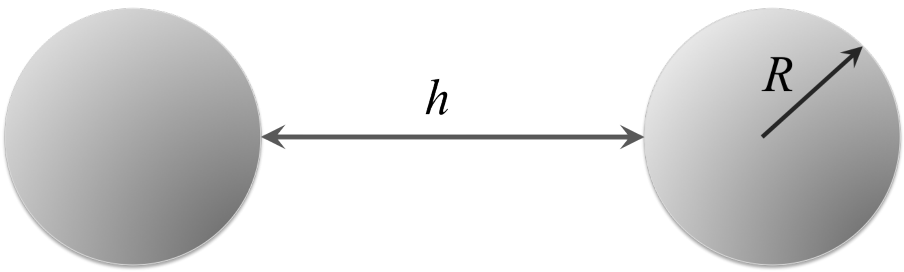

FIGURE 3 – *Représentation schématique de 2 nanoparticules*

1. Rappeler l'origine de ces interactions. Sont-elles attractives ou répulsives ? Quelle est leur variation avec la distance r entre deux atomes ?

   Entre deux nanoparticules de rayon R, l'énergie de Van der Waals en fonction de la distance h <u>entre les bords</u> des particules est donnée par $U_{VdW}(h) = -\frac{A}{12}\frac{R}{h}$.

2. Quelle est la dimension de A appelée constante de Hamaker ?

   Pour éviter que les particules ne s'agrègent, il faut ajouter une interaction répulsive par exemple en greffant (c'est-à-dire en attachant) des chaînes de polymères sur leur surface. Soit ξ, l'épaisseur de la couronne ajoutée à la surface. On va supposer que l'énergie de répulsion est donnée par $U_{rep}(h) = kT \left(\frac{2\xi}{h}\right)^{10}$ où k est la constante de Boltzmann.

3. Selon vous, à quoi peut-on attribuer cette répulsion qui fait intervenir kT ?
4. Dessinez les particules avec leur couronne quand $h > 2R$, $h = 2R$ et $h < 2R$.
5. Montrez que l'énergie résultante entre deux particules présente un extremum et établir l'équation donnant la position d'équilibre h_0.
6. Exprimez l'énergie au minimum en fonction de A, R et h_0 seulement.
7. Déterminez $\frac{h_0}{R}$ pour que cette énergie soit égale à $-kT$. En sachant que $A = 4,11 \times 10^{-19} J$ et que la constante de Boltzmann $k = 1,381 \times 10^{-23}$J.K^{-1}, calculer la valeur de $\frac{h_0}{R}$.
8. Calculer $\frac{2\xi}{h_0}$ pour cette valeur d'énergie et en déduire la valeur de $\frac{2\xi}{R}$.
9. Le rayon bout à bout d'une chaîne polymère varie comme : $\xi = a\sqrt{N}$ où a est la taille d'un monomère et N est le nombre de monomères. Par ailleurs, le rayon R d'une nanoparticule est de l'ordre de 10 nm et la taille d'un monomère est de l'ordre de 10Å. Combien de monomères doivent comporter chaque chaîne pour éviter l'agrégation des nanoparticules ?

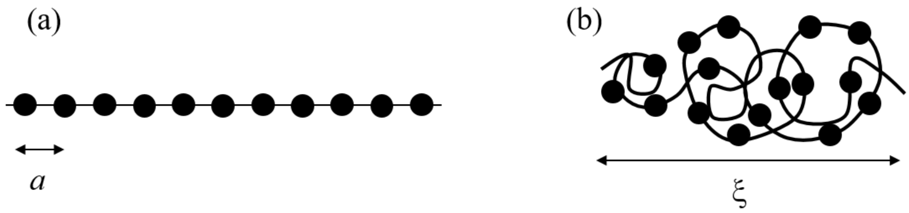

FIGURE 4 – *(a) schéma d'une chaîne de polymères étirée (b) Schéma d'une chaîne de polymères repliée, de longeueur ξ.*

4 Résolution de problème : le collier de perles

Cet exercice est de type "résolution de problème". Cela signifie que nous allons simplement poser une question et que vous devez essayer d'y répondre sans autre indication. Nous vous invitons vivement à commencer par :

- *Représenter la situation physique par un dessin/schéma sur lequel sont représentés les principaux paramètres et grandeurs physiques,*
- *Identifier les grandeurs physiques qui vous paraissent importantes pour répondre à la question.*
- *Leur donner un nom et estimer leur valeur.*
- *Énoncer les lois physiques qui vous paraissent pertinentes (nom, énoncé, équation).*
- *Résoudre le problème en donnant une formule littérale.*
- *Effectuer l'application numérique*
- *La commenter*

Ces différentes étapes font partie intégrante du barème. Chacune d'entre elle vous rapporte des points même si vous n'allez pas au bout du calcul. Inversement, ne pas respecter ces étapes vous fera perdre des points même si vous allez au bout.

Question : Mon enfant veut fabriquer un collier de perles sans fermoir, qu'il puisse enfiler directement. Quelle est la longueur minimale du fil à utiliser ?

Données numériques Pour le nylon, le module d'Young est de 1 GPa et la contrainte maximale à la rupture est de 2 Gpa.