



COMPORTEMENT DES MATERIAUX LIQUIDES ET SOLIDES

Travaux Pratiques
Licence Physique et Applications

EQUIPE ENSEIGNANTE:

- Travaux Pratiques :
Marina Pasquet (marina.pasquet@u-psud.fr)
- Travaux Dirigés :
J. Wailliez (julian.wailliez@u-psud.fr)
- Cours :
F. Giorgiutti (fred@fast.u-psud.fr)

TP1

TENSION DE SURFACE ET MOUILLAGE

Lors de son voyage lunaire, le Capitaine Haddock fait une expérience remarquable. Il observe qu'une goutte d'eau (certes un peu alcoolisée) en apesanteur est sphérique (Fig. 1) : le liquide minimise ainsi son énergie de surface. Les molécules d'une phase condensée (solide ou liquide) sont en effet soumises à des forces cohésives avec leurs voisines. Créer une interface revient donc à perdre une partie de cette énergie de cohésion, cette énergie à payer est l'énergie de surface E_s . Elle est proportionnelle à l'aire de l'interface A et à un coefficient γ dénommé tension de surface :

$$E_s = A \gamma_s$$



Figure 1

Cette tension de surface est à l'origine des phénomènes capillaires qui sont omniprésents à l'échelle submillimétrique : formation des gouttes de pluie, mouillage (ou non-mouillage) d'un solide par un liquide, montée de ménisques sur des solides, imprégnation des matériaux poreux ou sustentation d'insectes à la surface d'une mare (figure 2).



Figure 2

Le mouillage est l'étude de l'étalement d'un liquide déposé sur un substrat (solide ou liquide) en présence d'une atmosphère neutre. Ce phénomène a de nombreuses applications pour les industries chimiques (insecticides, peintures...), automobiles (traitement de surface, traitement des pneus pour l'adhérence,...), alimentaires (mise en solution de poudre comme le lait ou le cacao), du bâtiment (protection des monuments, hydrofugation,...), cosmétiques et galéniques (étalement des crèmes, du mascara, des shampooings,...).

Le mouillage correspond donc à la coexistence de trois phases. A l'échelle macroscopique, les trois interfaces se rejoignent le long d'une ligne appelée ligne triple ou ligne de contact.

On distingue deux types de mouillage : le mouillage total et le mouillage partiel. La grandeur qui les distingue est le paramètre d'étalement S qui mesure la différence entre l'énergie (par unité de surface) de surface du substrat sec et mouillé. Le paramètre d'étalement est défini comme une balance entre la tension de surface solide/gaz (substrat sec) et les tensions de surfaces solide/liquide et liquide/gaz (substrat mouillé) :

$$S = \gamma_{SG} - (\gamma_{SL} + \gamma_{LG}) \quad (1)$$

Si $S \geq 0$ (mouillage total), le liquide s'étale complètement sur le substrat. L'état final est un film d'épaisseur nanoscopique intercalée entre le solide et le gaz.

Si $S < 0$ (mouillage partiel), la goutte ne s'étale pas et forme à l'équilibre une calotte sphérique qui s'appuie sur le substrat en faisant un angle de contact θ .

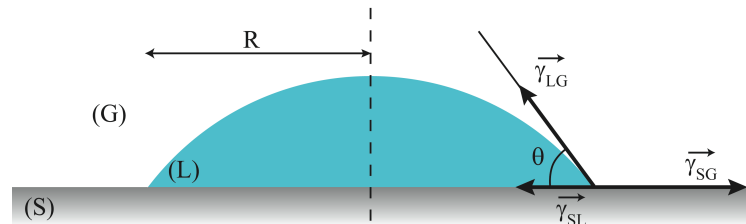


Figure 3 : Schéma d'une goutte déposée en mouillage partiel et définition de l'angle de contact.

En équilibrant les forces capillaires agissant sur la ligne de contact (cf. Figure 3), on peut déterminer la valeur théorique de l'angle de contact au moyen de la loi de Young-Dupré :

$$\cos(\theta) = \frac{\gamma_s - \gamma_{sl}}{\gamma_l} \quad (2)$$

En combinant cette équation avec l'équation (1), on obtient la dépendance du paramètre d'étalement en fonction de l'angle de contact :

$$S = \gamma_{SL}(\cos \theta - 1) \quad (3)$$

On voit donc que l'on peut définir un angle de contact uniquement pour un paramètre d'étalement négatif. On peut également remarquer que l'angle de contact est d'autant plus grand que le liquide est non mouillant ($S \ll 0$).

I. Quelques illustrations de phénomènes capillaires.

A. Force exercée sur la ligne bordure d'une interface.

Tendre un film d'eau savonneuse sur un cadre comportant une boucle de fil, et percer le fil au centre de la boucle. Observer et commenter

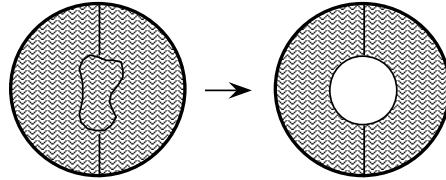


Figure 3

B. Forme d'un film de savon supporté par un cadre

Tremper dans l'eau savonneuse les différents supports que vous avez à votre disposition. Observez les formes obtenues et commentez.



Figure 4

II. Mesures de tensions superficielles

La tension superficielle d'une surface de liquide est très sensible à l'état de propreté de cette surface. Les principales sources de contamination d'une interface sont les impuretés chimiques (surtout les tensio-actifs) et la poussière de l'air. Une contamination se traduit en général par un abaissement de la tension superficielle. L'eau est particulièrement difficile à garder propre. Dans les expériences qui suivent quelques précautions seront à prendre :

- Utiliser des récipients propres et secs ;
- Ne pas laver la verrerie avec un produit détergent quelconque (savon, liquide-vaisselle) ;
- Recouvrir immédiatement les échantillons qui ne sont pas utilisés ;
- Aspirer la surface du liquide, pour avoir une propreté maximum juste avant une mesure.

A. METHODE D'ARRACHEMENT

On plonge un anneau dans le liquide dont on veut mesurer la tension superficielle, il est important que le liquide mouille bien l'anneau. Quand l'anneau est plongé dans le liquide, il est soumis à son poids et aux forces de tension superficielle qui le tirent vers le haut ainsi qu'à la poussée d'Archimède qui s'y oppose et. Grâce à un dynamomètre on peut mesurer la résultante de ces forces. Pour éliminer la contribution de la poussée d'Archimède, il suffit de « sortir » le plus possible l'anneau de l'eau en abaissant **lentement** le support sur lequel le récipient contenant le liquide est posé

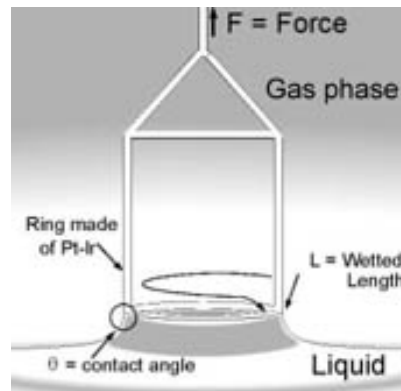


Figure 5

Juste avant que l'anneau ne s'arrache du liquide, la force mesurée atteint son maximum : elle est alors égale à la somme du poids et de la force capillaire. En déterminant le poids de l'anneau quand il est hors de l'eau, il est alors facile de mesurer la force capillaire qui retient l'anneau dans le liquide. Cette force est égale à γL où γ est la tension superficielle du liquide (en N.m^{-1} ou J.m^{-2}) et $L=4\pi R$, la longueur d'anneau en contact avec le liquide, soit 2 fois le périmètre, R étant le rayon de l'anneau.

Faire l'expérience avec de l'eau pure et estimer la tension superficielle de l'eau pure. Vous utiliserez la méthode statistique pour évaluer l'erreur de mesure sur la tension superficielle. Ajouter un peu de liquide vaisselle et comparer. Commenter...

B. METHODE DE LA GOUTTE PENDANTE

Cette méthode est basée sur la forme de gouttes à l'équilibre. Les petites gouttes tendent à être sphériques car les effets de tension superficielle dépendent de la surface de la goutte (sphère = surface minimale). Les effets gravitationnels, qui dépendent du volume de la goutte, entraînent des distorsions. Lorsque les effets de tension superficielle et les effets gravitationnels sont à l'équilibre, on peut déterminer la tension superficielle d'un liquide en fonction de la forme de la goutte obtenue.

La méthode de la goutte pendante est une méthode couramment utilisée, qui nécessite une faible quantité de liquide et qui permet d'obtenir de façon rapide une mesure relativement précise de la tension superficielle. Elle ne peut cependant pas être utilisée dans le cas de liquides volatils. La procédure générale consiste à former, à l'aide d'une aiguille, une goutte à l'équilibre, c'est à dire juste avant qu'elle ne tombe. On mesure ensuite certaines de ses dimensions (Annexe A) à l'aide d'une image numérique.

a) Matériel

i. Dispositif expérimental :

Pour la formation des gouttes, nous disposons d'un système composé d'une seringue micrométrique d'un volume de 2 ml, d'un tuyau en silicone et d'une aiguille à bout plat, en acier inoxydable, de 0.8 mm de diamètre extérieur et de 0.5 mm de diamètre intérieur.

Les images de gouttes sont acquises par une caméra CCD. Pour obtenir un bon contraste de l'image, on utilise un éclairage diffus obtenu en plaçant une fibre optique derrière une plaque de plexiglas. La fibre optique est reliée à une lampe dont l'intensité est réglée à son minimum.

La distance optimale objectif-goutte x (cf. schéma du dispositif, figure 2) a été déterminée à environ 13 cm ; on obtient alors le meilleur compromis entre grossissement et qualité de l'image. La distance diffuseur-goutte x' est de 30 cm et la distance fibre optique-diffuseur x'' de 22 cm. La distance diffuseur-goutte joue sur le contraste de l'image obtenue. La hauteur de la seringue millimétrique n'a aucune influence sur les résultats mais doit être fixe au cours d'une manipulation afin d'éviter toute instabilité.

Le matériel utilisé doit être le plus propre possible.

ii. Traitement de l'image :

L'acquisition de l'image d'une goutte se fait à l'aide du logiciel U-Eye et le traitement de cette image afin d'obtenir les valeurs d_e et d_s nécessaires au calcul de la tension superficielle à l'aide du logiciel ImageJ (Annexe C)

b) Manipulation

Avant de commencer les mesures, il faut s'assurer que la lampe, la caméra et l'écran de contrôle sont en marche. Afin d'obtenir une image nette de la goutte, il est conseillé de placer l'objectif de la caméra à environ 13 cm de la goutte.

Il est tout d'abord nécessaire de déterminer la correspondance entre le nombre de pixels sur l'écran de l'ordinateur et la valeur réelle de l'objet mesuré. Cet étalonnage se fait à partir du diamètre extérieur de l'aiguille dont nous connaissons le diamètre exact (0.8 mm dans notre cas). Cet étalonnage doit se faire chaque fois qu'il y a eu mouvement (volontaire ou non) de la caméra. Il est aussi recommandé de l'effectuer entre deux séries de mesures éloignées dans le temps.

i. Etalonnage :

Afin de mesurer avec exactitude le diamètre extérieur de l'aiguille, il faut tout d'abord acquérir l'image de cette aiguille puis obtenir le contour seul de l'aiguille à l'aide du logiciel de traitement d'image (voir Annexe C).

ii. Image d'une goutte :

Une goutte est à l'équilibre juste au moment où elle est sur le point de tomber. Une des difficultés de cette mesure réside dans le fait qu'il n'est pas facile d'acquérir l'image de la goutte juste à ce moment-là.

iii. *Mesure de la tension superficielle de l'eau et d'une huile silicone :*

Pour l'eau et une huile silicone, déterminer à partir des valeurs de d_e et d_s , la tension superficielle. Évaluez les incertitudes sur d_e et d_s et sur les valeurs de la tension superficielle.

Les valeurs de références, tirées de la littérature, des tensions de surface (en $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$) de l'eau et deux huiles silicone par rapport à l'air sont données pour une température de 22°C , dans le tableau ci-dessous :

	Densité	Tension de surface (en $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$) à $T=22^\circ\text{C}$
eau	1	$72.8 \cdot 10^{-3}$
Huile V10	0.98	$20.5 \cdot 10^{-3}$
Huile V1000	0.97	$21.2 \cdot 10^{-3}$

III. Etude de l'angle de contact et mouillage

La tension superficielle d'une surface de liquide est très sensible à l'état de propreté de cette surface. Les principales sources de contamination d'une interface sont les impuretés chimiques (surtout les tensio-actifs) et la poussière.

A. MONTEE CAPILLAIRE : LOI DE JURIN

Lorsqu'un tube capillaire est plongé dans un liquide mouillant, une colonne de liquide monte dans le tube par capillarité. Le niveau auquel il monte est lié à un équilibre entre la tension de surface (qui tend à faire monter le liquide si celui-ci mouille le solide) et la gravité.

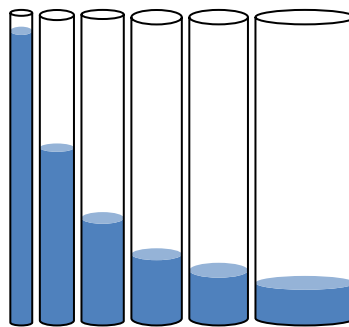


Figure 7

A l'équilibre, le niveau atteint par le liquide est donné par la loi de Jurin (voir annexe C) :

$$H = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho g R}$$

Où γ est la tension de surface, Θ est l'angle de contact, ρ la masse volumique du liquide et R le

rayon du tube capillaire. Cette équation permet de déterminer l'angle de contact connaissant la tension de surface ou inversement. Ici, nous allons travailler avec de l'huile silicone qui est parfaitement mouillant. On a donc un angle de contact $\Theta=0$. On dispose de plusieurs tubes capillaires de différent diamètre dont les caractéristiques sont regroupées dans le tableau ci-dessous :

Volume (μL)	Diamètre intérieur 2R (mm)
5	0.29
10	0.47
20	0.63
40	1.02
100	1.39
200	1.89

Aligner ces tubes du plus petit au plus grand et tremper les tous d'un coup dans une boîte de pétri remplie d'huile silicone 100 cP.

- 1- Prendre une photo du résultat et mesurer la hauteur H de montée du liquide en fonction de R grâce au logiciel ImageJ (voir annexe C).
- 2- Représenter la hauteur finale H de montée par capillarité du liquide en fonction de R puis de $1/R$.
- 3- Vérifier la loi de Jurin qualitativement puis extraire la tension de surface des données obtenues. La comparer à la valeur théorique. Conclure.

B. MOUILLAGE PARTIEL

A l'aide d'une seringue, déposer plusieurs gouttes d'eau distillée de volumes différents sur une plaque de téflon (On pourra mesurer le volume de la goutte avec une balance de précision).

- 1- Observer-les en vue de côté à l'aide de l'appareil photo en s'assurant d'obtenir le meilleur contraste possible. Déterminer l'angle de contact et la hauteur au centre pour les différents volumes avec le logiciel de traitement d'images ImageJ (voir annexe C). Pensez à avoir un étalon de longueur sur la photo.

	Capillaire	Capillaire	Pipette	Pipette	Pipette
Nbre de Goutte	1	2	1	3	10
Volume (en ml)					
Angle (en °)					
Rayon (en mm)					
h (en mm)					

- 2- Vérifier, à l'aide du logiciel, si la goutte possède une forme de calotte sphérique ou pas en ajustant celle-ci avec une calotte sphérique (outils cercle). Si une goutte est parfaitement sphérique, son volume peut être décrit par l'expression suivante :

$$V = \frac{\pi h}{2} \left(R^2 - \frac{h^2}{3} \right) \quad (4)$$

En utilisant cette expression, déterminer le rayon à partir duquel la goutte n'est plus parfaitement sphérique.

- 3- Pour la goutte de plus grand volume, comparer l'épaisseur de la flaque obtenue à la formule théorique qui fait intervenir l'angle de contact θ et la longueur capillaire $l_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$:

$$e = 2l_c (1 - \cos \theta)$$

C. ANGLE DE CONTACT STATIQUE

L'angle de contact statique est obtenu lorsque la ligne de contact ne bouge pas. C'est cet angle qui est décrit par la loi d'Young (voir p1). A l'aide d'une seringue, déposer plusieurs gouttes d'eau distillée de même volume sur différentes surfaces (verre propre, verre+antibuée, verre+anti-pluie, téflon, everdry). Mesurer l'angle de contact pour ces différentes situations grâce au logiciel Image J. Quelles surfaces sont hydrophiles ? Quelles surfaces sont hydrophobes ?

ANNEXES

Annexe A: Forme d'une goutte pendante.

Une goutte pendante est schématisée sur la figure ci-dessous.

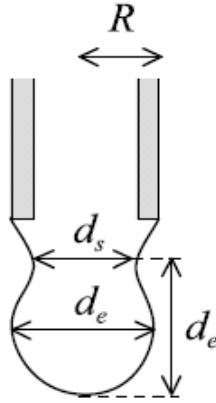


Figure 1 : Goutte pendante à l'équilibre

La tension superficielle γ ($\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$) est alors donnée par :

$$\gamma = \frac{\Delta\rho g d_e^2}{H}$$

Avec: $\Delta\rho$ ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$): différence de densité entre le liquide de la goutte et la phase environnante,

$g = 9.81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

d_e (m): diamètre équatorial,

H : facteur de forme,

$1/H$ est fonction de $S = d_s/d_e$, où d_s , est le diamètre mesuré à une distance d_e , du bas de la goutte. Les correspondances ont été déterminées de façon empirique et sont données dans le tableau disponible dans la salle de TP et tiré du livre A.W. Adamson, *Physical Chemistry of Surfaces* (Wiley-Interscience publication, 1990).

Annexe B : Loi de Jurin

Pour obtenir la loi de Jurin, il faut écrire que la montée capillaire est favorisée par le mouillage et défavorisée par la gravité. Nous allons écrire le bilan en terme de pression.

La pression est P_0 à la surface du liquide dans le bain comme en haut du tube. Il y a deux raisons qui font varier la pression entre le haut du tube et le bain : d'une part la pression hydrostatique et, d'autre part, la pression capillaire.

Ces deux pressions doivent se compenser. Ecrivons la pression hydrostatique :

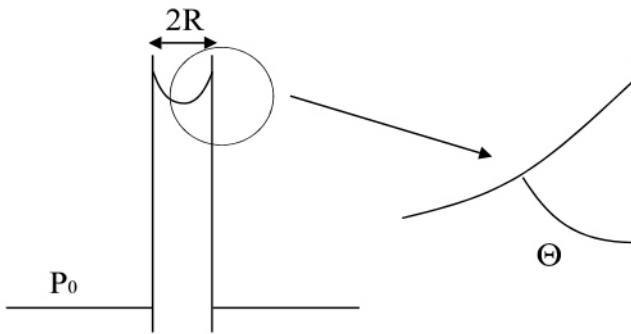


figure 2 : montée capillaire

$$\Delta P_{hydro} = \rho g H$$

où H est la hauteur de liquide et ρ sa masse volumique. La pression capillaire, quant à elle, est due à la courbure du ménisque. La pression sera plus importante dans l'air que dans le liquide (le ménisque est courbé vers le liquide). Cette différence de pression est donnée par la formule de Laplace : $\Delta P = \gamma C$ où C est la courbure du ménisque. Ici cette courbure dépend de l'angle de contact Θ entre la paroi et le liquide. Si l'angle de contact est nul, la courbure s'écrit simplement $2/R$ (il faut compter la courbure dans les deux directions). Sinon, il faut ajouter un terme dépendant de l'angle de contact et on aura $C = \frac{2 \cos \theta}{R}$.

Finalement, on peut écrire la différence de pression capillaire :

$$\Delta P_{capillaire} = \frac{2\gamma \cos \theta}{R}$$

Nous avons vu que les deux différences de pression devaient s'équilibrer, ce qui nous donne :

$$\rho g H = \frac{2\gamma \cos \theta}{R}$$

$$H = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho g R}$$

Annexe C : Utilisation du logiciel Image J

Nous utilisons le logiciel ImageJ pour ouvrir les images, pour mesurer une longueur ou un angle.

Ouverture d'une image : File/Open et choisissez votre image dans le répertoire adéquat.

Mesure d'une longueur :

Pour mesurer une longueur sur une image, il faut un étalon. Donc, sur la même image que ce que vous voulez mesurer il faut avoir une règle millimétrée ou un objet dont vous connaissez la taille. Dans l'expérience de la goutte pendante, un bon étalon est la seringue. Vous pouvez mesurer sa taille grâce à un pied à coulisse.

Ensuite vous devez mesurer cette même longueur en pixels. Pour cela sélectionnez l'outil « *straight line selection* », cliquez à une extrémité de la longueur étalon puis, sans lâcher le clic de la souris, positionnez la sur l'autre extrémité. On peut alors lire la longueur en pixels (« *length* ») sur la fenêtre principale du logiciel.

Pour mesurer le diamètre d_e de la goutte, utilisez la même méthode et notez la longueur en pixels. Ensuite, tracez un trait vertical de la même longueur en pixels qui vous permettra de mesurer le diamètre d_s au bon endroit. Vous pouvez dessiner de manière permanente ce trait en faisant *clic droit / draw* ou *clear*.

Mesure d'un angle :

Pour mesurer un angle, il faut utiliser l'outil « *Angle tool* ». Pour mesurer l'angle entre deux lignes, il faut cliquer d'abord sur des deux lignes puis à l'intersection, maintenir le clic de la souris et la positionner sur l'autre ligne. L'angle (« *angle* ») s'affiche alors dans la fenêtre principale d'ImageJ.

TP2

ELASTICITE

Tous les corps solides sont considérés comme des milieux continus. La théorie de *l'élasticité* décrit les déformations réversibles de ces corps soumis à des contraintes extérieures (Figure 1). Si les déformations sont permanentes, on parle alors de déformations *plastiques* (présentes par exemples dans les opérations de tréfilage, emboutissage, étirage) et au-delà d'une certaine limite de contrainte, on atteint le seuil de rupture.

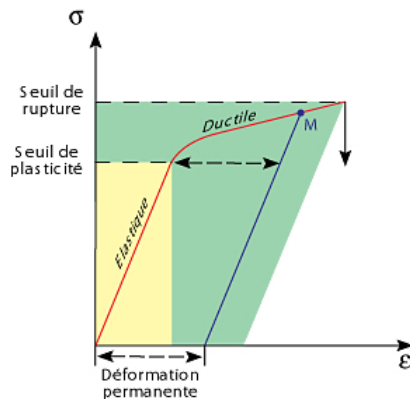


Figure 1 : Diagramme contrainte vs déformation pour un matériau isotrope.

Le but de ce TP est

- de vous montrer l'existence de ces deux domaines, *élastique* et *plastique*, dans la déformation d'un matériau sous contrainte.
- d'explorer des matériaux aux propriétés viscoélastiques
- d'étudier la flexion d'une poutre

Dans le domaine élastique, un matériau isotrope peut se caractériser par son *module d'Young* et son *coefficient de Poisson*, que vous allez déterminer dans deux situations de sollicitations différentes: en *traction* et en *flexion*.

I. EXPÉRIENCE DE TRACTION

A. Dispositif expérimental.

Le montage expérimental comporte :

- une machine de traction (Figure 2) permettant de fixer une éprouvette entre deux mors. Le mors supérieur est fixe tandis que le mors inférieur est mobile, relié à un bras de levier permettant d'appliquer une contrainte variable à l'aide de masses marquées.

- une éprouvette métallique de DURAL de 30 cm de long, 25 mm de large et 6 mm d'épaisseur. Sur l'une des faces est collée une jauge de déformation qui mesure la déformation longitudinale de l'échantillon (son allongement relatif dans le sens de la contrainte), et sur l'autre face une deuxième jauge mesure la déformation transversale (son allongement relatif dans le sens perpendiculaire à la contrainte). Ces deux jauges de déformation sont noyées dans une résine souple les protégeant.

- un pont d'extensométrie permettant de mesurer les déformations à partir des variations de résistance des jauges.

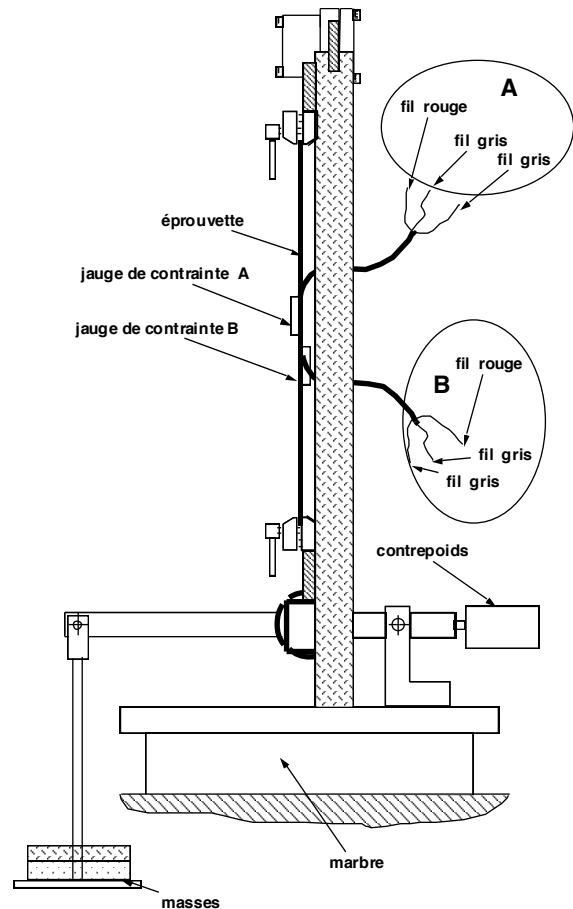


Figure 2 : Dispositif de traction

B. Manipulation

Mesurer la section S de l'éprouvette avec un pied à coulisse et évaluer les erreurs faites.

Les connexions des jauges au pont d'extensométrie ont déjà été faites. **Elles ont fragiles – évitez de les manipuler.**

Mesures : pour chaque mesure, sélectionnez le canal correspondant à la résistance que vous voulez mesurer. Vous pouvez ainsi mesurer la déformation longitudinale et la déformation transversale successivement. Faites le 0 en déverrouillant le bouton de jauge et en le tournant doucement. **La valeur affichée est la déformation en $\mu\text{m}/\text{m}$.**

Ajouter successivement les masses marquées, et mesurer la déformation longitudinale en fonction de la charge imposée (entre 0 et 6 kg). **Attention au facteur multiplicatif dû au bras de levier** qu'on mesurera. Puis diminuer progressivement les masses. Vérifier que l'on revient bien à 0. Effectuez les mêmes mesures sur la déformation transversale.

C. Exploitation des résultats

Avec l'ensemble des résultats de mesures obtenus, dresser un tableau faisant apparaître les 4 colonnes suivantes : la masse m , la contrainte axiale $\sigma_1 = F/S$, la déformation longitudinale ε_1 et la déformation

transversale ε_2 .

1/ Tracer la courbe $\sigma_1 = f(\varepsilon_1)$ et en déduire le module d'Young E du matériau. Commenter.

2/ Tracer la courbe $\varepsilon_2 = f(\varepsilon_1)$ et en déduire le coefficient de Poisson ν du matériau. Dans ce cas, tracez les barres d'erreurs sur la courbe. Vous utiliserez ensuite la méthode des droites de pente minimum et maximum pour estimer l'erreur sur le coefficient de Poisson. Commenter.

II. EXPÉRIENCE DE FLEXION : LA POUTRE-CONSOLE

Les applications pratiques de la poutre-console sont nombreuses : voilures d'avion, suspensions des automobiles, dents d'engrenages, ressorts, toits en auvent... Les détails de fixation de l'extrémité fixe peuvent être très différents. Il en est de même de la nature des charges appliquées, soit ponctuelles soit réparties. La section peut être constante ou variable. Tous ces exemples ont une caractéristique commune : une pièce de forme allongée est rigidement fixée, encastrée à l'une de ses extrémités. Dans le dispositif expérimental étudié, la section est constante et la charge est ponctuelle.

A. Dispositif expérimental

Le montage expérimental comporte :

- un dispositif de flexion permettant d'encastrer une éprouvette à l'une de ses extrémités, tandis que l'autre extrémité peut fléchir sous un poids variable (Figure 3)

- une éprouvette métallique de DURAL de 30 cm de long, 25 mm de large et 3 mm d'épaisseur. Sur l'une des faces sont disposées trois jauges de déformation mesurant la déformation longitudinale de l'échantillon (son allongement relatif dans le sens de la contrainte) à trois distances différentes des points d'encastrement et de sollicitation.

- un pont d'extensiométrie permettant de mesurer les déformations à partir des variations de résistance des jauges.

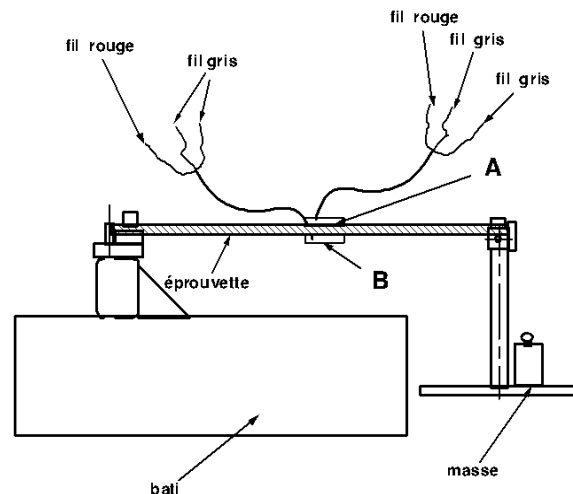


Figure 3 : Dispositif de flexion à contrainte imposée

B. Manipulation

Le principe de la manipulation est le même que précédemment. Il s'agit ici de mesurer la déformation de l'éprouvette en trois points positions q en fonction de la force de la charge imposée par des masses marquées (entre 0 et 1 kg). On mesurera également les distances X du centre de chaque jauge au point de charge.

C. Calculs et Résultats

La déformation à la surface supérieure de la poutre est donnée par :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{6F(L-x)}{Ebe^2} = \frac{6FX}{Ebe^2}$$

C'est à partir de cette expression que vous allez pouvoir déterminer la valeur de E en mesurant ε_{xx} pour différentes forces appliquées et trois distances X à l'extrémité libre où est appliquée la force F . Choisissez les axes adaptés pour tracer toutes vos données sur un même graphique et pour que toutes ces données se superposent. En déduire la valeur de E .

III. TRACTION DE MATERIAUX POLYMERES ET ELASTOMERES

Les polymères et les élastomères sont formés de longues chaînes de molécules enchevêtrées. Pour les polymères, ces chaînes peuvent glisser librement les unes par rapport aux autres alors que, pour les élastomères, ces chaînes sont attachées physiquement ensemble (Figure 4). Cela leur confère des propriétés mécaniques très différentes. Ces deux matériaux sont viscoélastiques : ils peuvent se déformer et couler selon les cas.

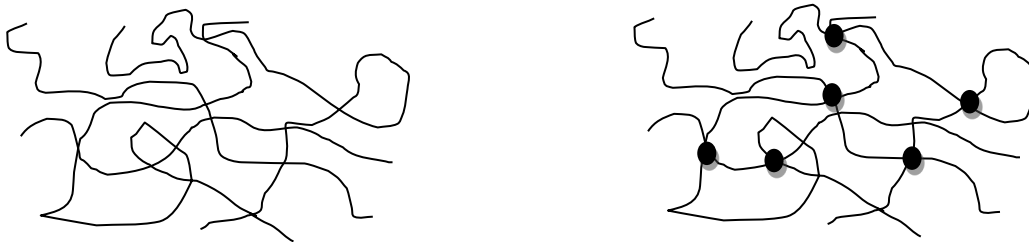


Figure 4 : (a) Polymères enchevêtrés. (b) Elastomère : chaînes enchevêtrées et reliées entre elles grâce à des ponts chimiques représentés par les points noirs.

Si on applique une traction sur l'un de ces deux matériaux, on observera, sur les polymères, une résistance au début de l'expérience (à temps court) due au frottement des chaînes les unes contre les autres. Puis, les chaînes se mettront à glisser et le matériau coulera. Au contraire, sur l'élastomère, on observera la même résistance à temps court mais, si l'on continue à tirer continuellement, l'étirement maximal va être atteint et l'on aura aussi une résistance à temps long, caractérisé par un module élastique. Dans ces travaux pratiques, vous allez mettre en évidence les propriétés mécaniques d'un élastomère et d'un polymère.

A. La machine de traction

La machine de traction est constituée de 2 parties : un bras de traction lié à une vis sans fin correspondant à la partie supérieure de l'appareil et le capteur de force fixé sur la partie basse de l'appareil.

- L'échantillon se place entre les deux, fixé à ses extrémités par des morts en forme de T possédant 4 vis chacun.

- Le contrôle de l'expérience se fait par l'ordinateur à l'aide d'une interface Labview. Le détail du programme est décrit dans chaque sous partie.

B. Manipulation

Mise en place de l'échantillon :

- Prenez un échantillon de polymère (ou d'élastomère) **rectangulaire** de dimension centimétrique (par exemple 5 cm de long sur 1 cm de large) et fixez-le aux deux morts de la machine. Afin de placer les morts aux dimensions de l'échantillon, cliquez dans l'onglet « Mise



Figure 5 : la machine de traction

en place de l'échantillon ». Vous pouvez monter ou descendre les mors en sélectionnant « traction » ou « compression ».

- Une fois l'échantillon fixé, n'oubliez pas d'entrer ses dimensions dans la case « Paramètre de l'échantillon ». Il s'agit de sa largeur et de son épaisseur. La position de l'une et de l'autre valeur n'a pas d'importance.

- Il faut également effectuer une mise à zéro de la position en cliquant sur « $z = 0$ ».

Etude de l'élasticité de l'élastomère

Vous allez ici vous intéresser à l'élastomère. Dans cette partie, on va chercher à obtenir, à partir de la machine à traction, une courbe classique contrainte/déformation.

- Pour cela, il faut cliquer sur l'onglet « Cycle » et mettre le nombre de cycle à 1.

- Ensuite, il faut faire varier les différents paramètres (la vitesse est entre 0.1 et 2 mm/s, l'élongation max en mm et les temps d'attente en s) afin d'obtenir une courbe de traction $\sigma = f(\epsilon)$.

- Enregistrer l'expérience dans un dossier portant vos noms.

- En déduire le module d'Young

Etude à déformation imposée de l'élastomère

Afin de faire une étude à déformation imposée, on impose une déformation au matériau et on observe sa relaxation dans le temps (voir figure 7). Vous étudierez la réaction du matériau à une déformation de 5%. Vous en déduirez, en particulier, le temps caractéristique de relaxation du matériau.

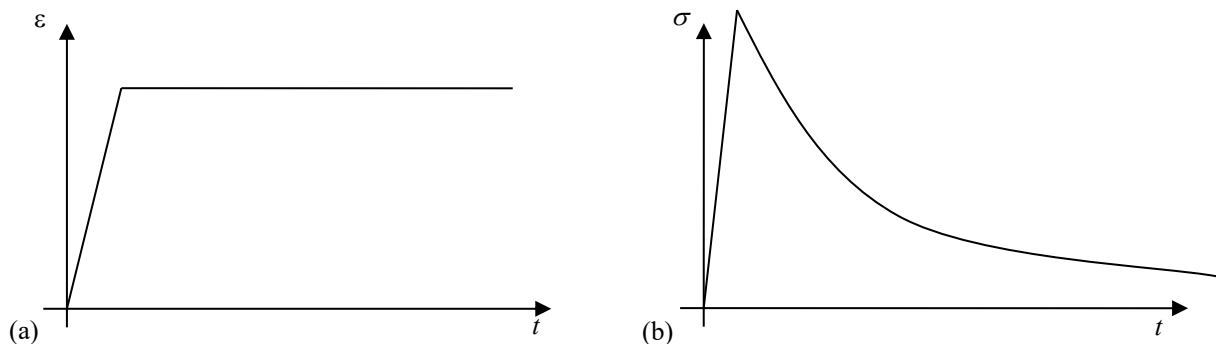


Figure 7 : (a) déformation imposée au cours du temps (b) contrainte mesurée au cours du temps. On observe l'élasticité suivie de la relaxation.

- Pour cela, il faut cliquer sur l'onglet « Fluage » et sélectionnez « déplacement imposée ». Vous pouvez alors entrer les paramètres nécessaires à la réalisation de l'expérience (vitesse entre 0.1 et 2 mm/s, élongation max en mm et temps d'attente haut en s).

- En déduire alors le temps caractéristique τ du matériau en ajustant la partie décroissante de la courbe au moyen d'une exponentielle de la forme $A \cdot \exp(-t/\tau)$.

Etude à contrainte imposée du polymère

Vous allez maintenant vous intéresser au polymère (PP), c'est-à-dire au film plastique. Il s'agit maintenant d'imposer la contrainte et d'observer la déformation résultante. Vous imposerez une force de 10 N et mesurerez la déformation obtenue.

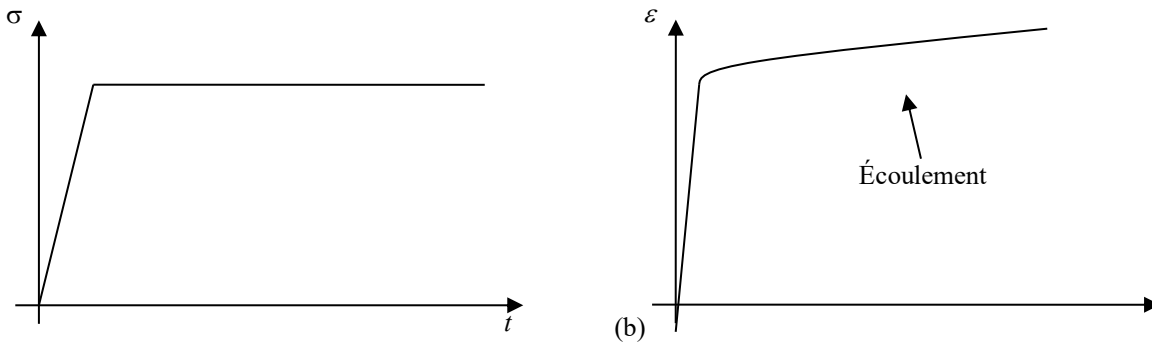


Figure 6 : observation du fluage d'un polymère

- Pour cela, il faut cliquer sur l'onglet « *Fluage* » et sélectionner « *contrainte imposée* ». Vous pouvez alors entrer les paramètres nécessaires à la réalisation de l'expérience (vitesse entre 0.1 et 2 mm/s, force en newton et élongation max en mm).

La difficulté à cette étape est de choisir la force et l'élongation max pour avoir une élongation max suffisante pour atteindre la force consignée sans qu'elle ne soit trop grande (sinon le temps de manip est trop long...).

- Cliquez sur démarrer et enregistrer l'expérience dans un dossier portant vos noms.

- En déduire alors l'allongement irréversible subi par le matériau.

Annexe D : Elasticité

On ne traite ici que le cas des corps homogènes isotropes : dans ce cas là, la relation entre contrainte et déformation est la même dans toutes les directions.

1. Déformation axiale sous contrainte et module d'Young.

Considérons un corps cylindrique de longueur l_0 et de section S et appliquons lui une force F parallèle aux génératrices du cylindre (figure 4); soit l la nouvelle longueur prise par le cylindre. La *loi de Hooke* traduit le fait que la déformation axiale du cylindre $\varepsilon_1 = (l-l_0)/l_0 = \Delta l/l$ est proportionnel à la contrainte appliquée $\sigma = F/S$:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \sigma \quad \text{soit} \quad \boxed{\sigma = E \frac{\Delta l}{l}}$$

où le coefficient de proportionnalité E s'appelle le *module d'Young*.

Le paramètre $\varepsilon_1 = \Delta l/l$ étant sans dimension, la dimension de E est celle d'une contrainte (exprimée en Pa, kPa, MPa ou GPa). La relation est une relation algébrique : ε et σ sont positifs pour une traction et négatifs pour une compression.

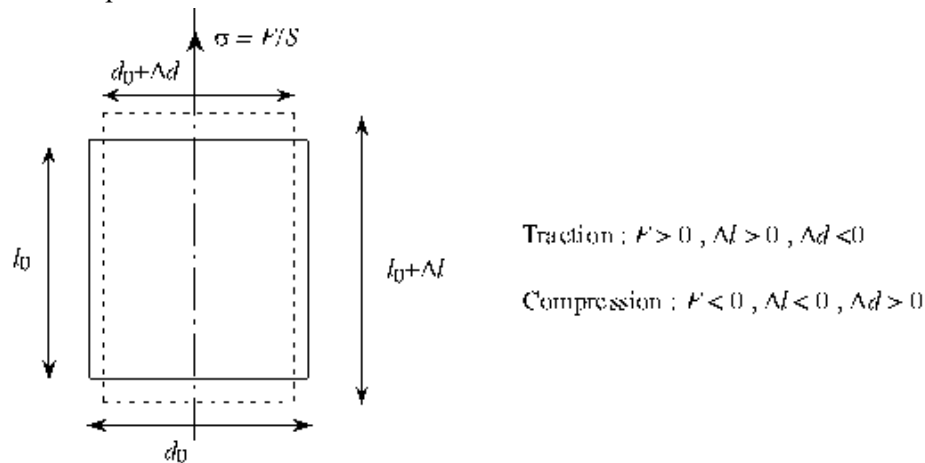


Figure 3 : Traction et compression d'un matériau.

2. Déformation transverse sous contrainte et coefficient de Poisson.

En même temps qu'un cylindre soumis à une traction s'allonge dans la direction longitudinale, il se rétrécit dans sa direction transversale. Si nous désignons par d_0 le diamètre initial du cylindre qui est la dimension transversale du corps, cette dimension diminue et prend la valeur $d_0 + \Delta d$ lorsqu'on applique la force de traction sur le corps, de telle sorte que la déformation transverse $\varepsilon_2 = (d-d_0)/d_0 = \Delta d/d$ est proportionnelle à déformation axiale $\varepsilon_1 = \Delta l/l$:

$$\frac{\Delta d}{d} = -\nu \frac{\Delta l}{l}$$

où ν s'appelle le *coefficient de Poisson*.

3. La poutre-console

Considérons une poutre chargée ponctuellement, d'épaisseur e , de largeur b , et dont la distance du point de charge P au point d'encastrement est L (figure 5).

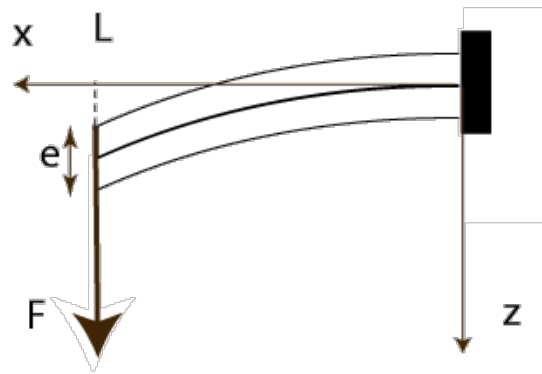


Figure 4 : flexion d'une poutre

Le tenseur des contraintes dans la poutre n'est pas uniforme : la poutre est en traction au-dessus de la ligne neutre et en compression en dessous de la ligne neutre. La contrainte est nulle sur la ligne neutre. Le tenseur des déformations à la surface supérieure de la poutre ($z=-e/2$) est donné par :

$$\varepsilon_{xx}(z = -e/2) = \frac{6F(L-x)}{Ebe^2} = \frac{6FX}{Ebe^2}$$

où $X=L-x$ est la distance au bord libre, E est le module d'Young du matériau, e l'épaisseur de la poutre, b sa largeur, L sa longueur. C'est à partir de cette expression que vous allez pouvoir déterminer la valeur de E en mesurant ε_{xx} pour différentes forces appliquées et trois distances X au bord libre.

Plus généralement :

$$\varepsilon_{xx}(x, z) = -\frac{z(L-x)}{LR_0}$$

où R_0 est la courbure de la poutre déformée au niveau de son point d'attache.

La flèche, c'est-à-dire le déplacement de l'extrémité de la poutre est donné par :

$$h = \frac{FL^3}{3EI} = \frac{1}{3} \frac{L^2}{R_0} \text{ soit } \frac{1}{R_0} = \frac{FL}{EI} \text{ avec } I = \frac{be^3}{12}$$

5. Mesures des déformations par jauges de contraintes.

Les résultats rappelés ci-dessus ont été utilisés dans la conception d'un dispositif appelé "jauge de contrainte", étalonné pour la mesure des déformations. Cette jauge est collée sur la surface du corps que l'on veut étudier et la déformation solidaire de la jauge renseigne alors sur la déformation du corps soumis à une contrainte extérieure. La jauge est constituée principalement d'un fil dont on mesure la variation de résistance électrique en fonction de la déformation.

Soit un fil de longueur l et de diamètre d . Une force de traction appliquée aux extrémités du fil provoque un allongement Δl . L'allongement relatif $\Delta l/l$ et la variation relative du diamètre $\Delta d/d$ sont alors reliés par le coefficient de Poisson ν :

$$\frac{\Delta d}{d} = -\nu \frac{\Delta l}{l}$$

La résistance R du fil de section s et de résistivité ρ étant : $R = \rho \frac{l}{s}$,

La variation relative de résistance est alors (par différentiation logarithmique) :

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{ds}{s}$$

Le premier terme est faible pour les métaux mais prépondérant pour les semi-conducteurs. Il est sensiblement proportionnel à la variation de volume à T constant, c'est-à-dire :

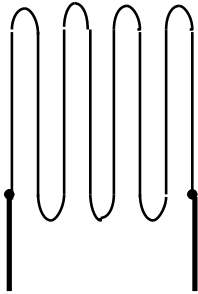
$$\frac{d\rho}{\rho} = C(1 - 2\nu) \frac{dl}{l} \text{ et d'autre part : } \frac{ds}{s} = -2\nu \frac{dl}{l}$$

On a en définitive :

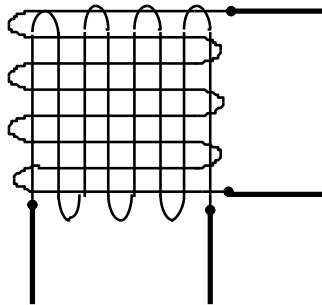
$$\frac{dR}{R} = [C(1 - 2\nu) + 1 + 2\nu] \frac{dl}{l} = K \frac{dl}{l}$$

où K est le facteur de jauge. K est de l'ordre de 2 à 4 pour un fil métallique ; il peut atteindre 100 à 150 pour des dépôts semi-conducteurs. Ceux-ci sont intéressants lorsque le matériau étudié est très rigide et les déformations faibles. Malheureusement dans ce cas, la variation de résistance n'est plus vraiment linéaire ; un étalonnage est alors nécessaire.

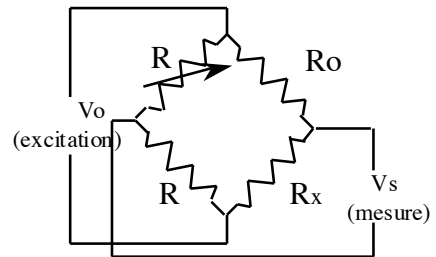
Une jauge de contrainte est en général constituée par un dépôt d'alliage résistant, en général du constantan, dont le coefficient de température est très faible, sur une feuille de polyamide, le motif semblable à la figure 6(a) étant obtenu par photogravure. L'élément ainsi obtenu est collé sur l'échantillon à tester avec une colle cyanoacrylate avec catalyseur assurant une bonne cohésion sans risque de cassures. C'est en fait l'opération la plus délicate. Lorsqu'on désire mesurer les variations de dimensions d'une structure de grande dimension, par exemple un barrage, on utilise des fils résistants tendus.



a) Jauge de contrainte



b) Rosette de jauges perpendiculaires



c) Montage en pont de Wheatstone

Figure 5 : jauges de contrainte et montage en pont de Wheatstone

La détection de la variation de résistance d'un élément est meilleure lorsque l'élément à mesurer est inséré dans un pont. Dans le montage en pont de Wheatstone (figure 6(c)), on utilise un potentiomètre constitué par deux résistances égales R (en fait une résistance réglable et une résistance fixe de valeurs voisines), une résistance de valeur R_0 égale à la résistance de la jauge au repos et la jauge de valeur R_x . Si une tension d'excitation V_0 est appliquée au pont (figure 6(c)), la tension de sortie V_s est donnée par :

$$V_s = V_0 \left(\frac{R_x}{R_x + R_0} - \frac{1}{2} \right)$$

avec $R_x = R_0 + \Delta R_x$:

$$V_s = \frac{V_0}{2} \left(\frac{2R_x - R_x - R_0}{R_x + R_0} \right) = \frac{V_0}{2} \frac{\Delta R_x}{R_x + R_0}$$

ce qui donne à l'ordre 1 : $V_s \approx \frac{V_0}{4} \frac{\Delta R_x}{R_0}$

et en faisant apparaître le facteur de jauge $V_s \approx \frac{V_0}{4} \frac{\Delta l}{l}$

La variation $\Delta R/R_0$ étant petite, la tension V_s est sensiblement proportionnelle à l'allongement de la jauge. Le facteur de jauge variant avec la température, il est préférable de régler le courant d'excitation du pont de mesure à une valeur raisonnable, pour limiter cet effet. Pour s'en affranchir totalement, on peut monter deux jauges (l'une sollicitée l'autre pas) dans un même pont pour compenser l'effet thermique, ou encore prendre des résistances constituée du même matériau que la jauge.

6. Le diagramme effort-déformation

Si l'on représente en ordonnée la force appliquée F et en abscisse l'allongement de l'échantillon $\Delta l = l - l_0$, on obtient le diagramme force-allongement.

En rapportant la force à la section initiale S_0 , $\sigma = F / S_0$ et l'allongement à la longueur initiale $\varepsilon = \Delta l / l_0$, on obtient le diagramme contrainte-déformation.

Au début de l'essai, on obtient une augmentation rapide de la force appliquée et proportionnelle à la contrainte. Dans ce domaine, si l'on diminue à nouveau la charge, on constate que la déformation diminue et peut disparaître pour une charge nulle. La déformation était élastique.

Lorsque la contrainte dépasse une certaine valeur σ_e appelée *limite élastique*, la proportionnalité entre contrainte et déformation n'est plus respectée et il reste une déformation permanente pour une charge nulle: la déformation est dite *plastique*. Il est important de noter que si on augmente de nouveau la contrainte, le domaine élastique est augmenté et la limite élastique également (figure 8b) : **cette limite élastique dépend donc en partie de l'histoire du matériau.**

Pour des matériaux *fragiles*, la rupture se produit rapidement avant que l'échantillon ne soit soumis à une grande déformation plastique (figure 8a). Pour des matériaux moins fragiles, dits *ductiles*, l'augmentation de contrainte pour un même allongement devient de plus en plus faible. Lorsque la capacité de déformation du matériau est dépassée, l'échantillon casse. La rupture peut se produire sur la branche montante contrainte-déformation (figure 8b), la force augmente alors jusqu'à la rupture. Mais la force peut aussi atteindre un maximum puis diminuer (figure 8c). Dans ce cas au moment d'atteindre le maximum de contrainte, il se produit un rétrécissement local de la section de l'échantillon, appelé *striction*, et seule cette partie participe ensuite à l'essai, ce qui explique la diminution de la force appliquée.

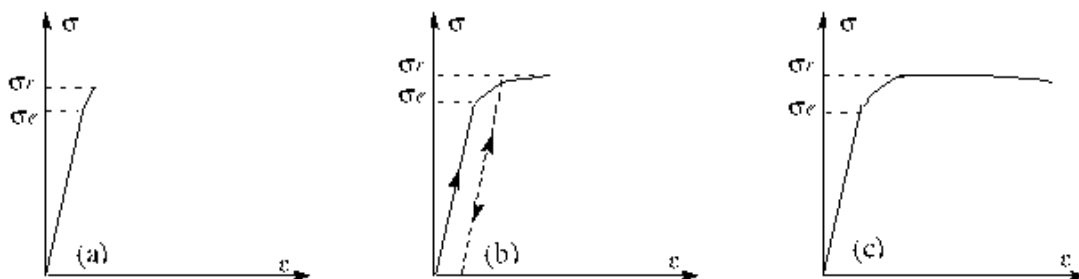


Figure 6: Différents types de diagrammes contrainte-déformation. (a) pour un matériau fragile; (c) pour un matériau ductile.

Les incertitudes en physique (Rappel)

Il est essentiel en physique de savoir apprécier l'ordre de grandeur de la précision d'une mesure, c'est-à-dire, identifier les sources d'incertitudes afin d'être capable de comparer la précision de différentes méthodes, ou de pouvoir fournir un intervalle de mesure correspondant à un niveau de confiance (99%, 95%, ...).

Pour ce dernier cas il nous faut procéder à une analyse statistique d'une série de mesures. Malheureusement, celle-ci n'est pas réalisable si l'on ne dispose pas d'un grand nombre de mesures d'une même grandeur.

Par contre, on peut procéder à un calcul "d'erreurs" classique développé plus bas. On distingue alors deux types d'erreurs, les *erreurs systématiques* et les *erreurs accidentelles*.

1. Les erreurs de mesures

a. Les erreurs systématiques

Les erreurs systématiques, comme leur nom l'indique, sont inhérentes à l'ensemble des mesures. Elles trouvent leur origine dans un défaut de l'appareil, des erreurs d'étalonnage, dans l'oubli de paramètre, ou dans des procédures de mesures erronées.

Les erreurs systématiques sont difficiles à détecter à priori, mais une fois détectées, on peut souvent les corriger.

b. Les erreurs aléatoires

Les erreurs accidentelles ou aléatoires correspondent à des erreurs relatives à chaque mesure. Elles correspondent ainsi aux erreurs de lecture (ex : utilisation d'une règle dont la graduation entraîne une erreur de lecture d'une demi-division), de fidélité de l'appareil (ex : si en répétant plusieurs la même mesure on obtient des résultats différents, cf précision d'un appareil).

2. Les différents types d'incertitude en TP

L'incertitude traduit les tentatives scientifiques pour estimer l'importance de l'*erreur aléatoire* commise. En absence d'erreur systématique, elle définit un intervalle autour de la valeur mesurée qui inclut la valeur vraie avec une probabilité plus ou moins grande.

a. Incertitude absolue

Comme nous venons de le voir, il est impossible de déterminer avec une précision absolue la valeur d'une grandeur physique $X_{\text{théorique}}$. L'écart $\delta X = |X_{\text{mesure}} - X_{\text{théorique}}|$ est ainsi appelée l'erreur absolue de la mesure. L'incertitude absolue ΔX correspond à la limite supérieur de l'erreur de mesure telle que $\Delta X \geq \delta X$.

b. Incertitude relative

L'incertitude relative est le rapport de l'incertitude absolue sur la meilleure estimation qu'on a faite de la quantité : $\frac{\Delta X}{X_{\text{mesure}}}$. Elle nous permet de connaître le niveau de précision d'une mesure.

2. Calcul d'incertitude

a. La méthode statistique

La méthode la plus simple pour estimer l'erreur de mesure est de répéter un grand nombre de fois cette mesure (N fois). La valeur mesurée est alors donnée par la moyenne des mesures et l'erreur par l'écart type.

b. Cas général $q = f(x, y)$

On considère que les incertitudes sont petites, on peut alors en développant au premier ordre écrire :

$$\Delta q = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \Delta y + \dots$$

Remarque :

Dans le cas d'incertitudes indépendantes, on peut calculer l'incertitude sur q en sommant les incertitudes en quadrature afin de ne pas surestimer les incertitudes de mesures. Cette méthode ne vous sera cependant pas demandée en TP.

c. Calcul direct de l'incertitude relative

Dans le cas où la grandeur q qu'on cherche à calculer se détermine par des produits, des rapports ou des puissances on a intérêt à utiliser la différentielle logarithmique pour exprimer directement l'incertitude relative.

Exemple : $f = 3 \frac{x^2 y^3}{z}$ alors $\ln|f| = \ln|3| + 2 \ln|x| + 3 \ln|y| - \ln|z|$.

d'où $\frac{\Delta f}{f} = 2 \frac{\Delta x}{x} + 3 \frac{\Delta y}{y} - \frac{\Delta z}{z}$

3. Incertitudes sur une courbe $y = f(x)$

On supposera que les incertitudes sur x sont négligeables devant celles sur y . On dispose alors d'une série de mesures $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ et d'une incertitude associée Δy_n associée à chaque mesure de y . L'incertitude sur une courbe peut alors être déterminée en considérant les deux courbes régulières extrêmes qu'il est possible de faire passer entre tous les points $(x_n, y_n \pm \Delta y_n)$.

Exemple : Si la courbe est une droite $y = ax + b$, l'incertitude sur la pente sera $\Delta p = \frac{\Delta y_2 + \Delta y_1}{x_2 - x_1}$ avec Δy_2 et Δy_1 étant déterminés sur le graphique.

4. Les chiffres significatifs

La physique est une discipline expérimentale. Toutes valeurs numériques associées à une grandeur physique sont issues d'une mesure. La précision de ces mesures dépend de l'instrument de mesure. Il est donc essentiel d'exprimer la valeur d'une grandeur physique avec la bonne précision, et de respecter les rappels des règles ci-dessous.

Le résultat d'une multiplication, d'une division, d'une addition ou d'une soustraction de deux valeurs numériques ne peut avoir plus de chiffres significatifs que la valeur numérique qui en comporte le moins.