PROJET D'INFORMATIQUE

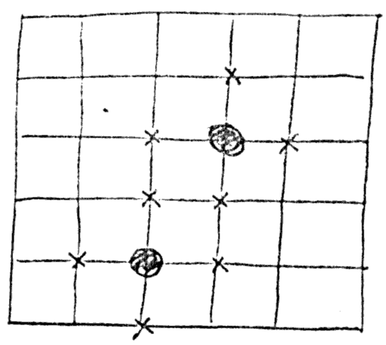
REMPLISSAGE ALEATOIRE SEQUENTIEL

Le "remplissage aléatoire séquentiel" est un problème statistique en physique mathématique auquel ont été consacrées une douzaine de publications au moins dans la littérature scientifique. Il existe plusieurs versions du problème, dont on en donne une ci-dessous.

On considère un réseau régulier (qui peut être uni-, bi- ou tri-dimensionnel), que l'on remplit de particules de la façon suivante :

> On choisit au hasard un site du réseau et y place une particule, sauf si ce site avoisine un site déjà occupé par une particule, auquel cas on ne fait rien.

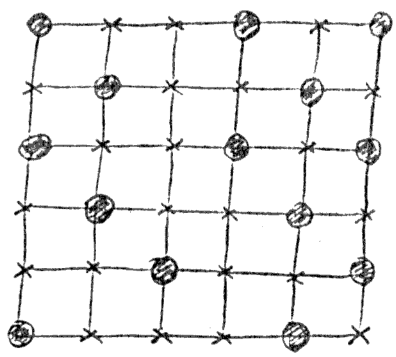
En répétant cette règle on finit par arriver à un état saturé, où chaque site est soit occupé soit interdit d'occupation. Voir les figures ci-dessous pour l'exemple d'un réseau carré.



Exemple de remplissage non encore complet.

● = site occupé = particule

× = site interdit d'occupation



Exemple d'état saturé.

Soit N le nombre de sites du réseau et N^* le nombre de particules dans l'état saturé. N^* est un nombre aléatoire puisqu'il variera d'un remplissage à l'autre. En faisant un nombre suffisant de remplissages, on pourra déterminer sa moyenne $\overline{N^*}$. On appellera

$$\rho_N^* \equiv \overline{N^*}/N$$

la <u>densité moyenne</u> (ou simplement la <u>densité</u>) des particules dans l'état saturé. On s'intéresse à la valeur limite, ρ^*, de cette quantité quand le réseau devient très grand, donc à

$$\rho^* = \lim_{N\to\infty} \rho_N^*$$

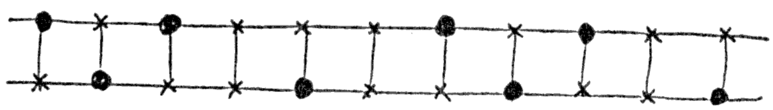
La valeur de ρ^* dépend bien sûr du type de réseau.
On a pu déterminer ρ^* analytiquement dans deux cas simples :

(a) <u>Réseau unidimensionnel</u>

Exemple d'état saturé : 

On sait que $\rho^* = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{e^2}\right) = 0.4323\ldots$

(b) <u>Une "bande" de largeur 2</u>

Exemple d'état saturé : 

On sait que $\rho^* = \frac{1}{4}\left(2 - \frac{1}{e}\right) = 0.4080\ldots$

Travail proposé

Dans un premier temps, déterminer ρ^* pour une bande de largeur 3, où jusqu'ici on n'a pas pu faire de calcul analytique.

Quelques problèmes spécifique qui surgiront :

— concevoir et écrire un programme efficace pour pouvoir remplir des réseaux suffisamment grands ;

— tenir compte de l'erreur statistique ;

— tenir compte de l'erreur due à la taille finie du réseau ;

— vérifier la bonne marche du programme pour les deux cas connus cités ci-dessus

Dans un deuxième temps, des extensions de ce travail dans plusieurs directions sont envisageables. A discuter.