

auteur	Jean Jouvrey
Révision	20/06/2014
Thèmes abordés	Les angles d'Euler /Cardan & JCS Recommandations de l'ISB Calcul d'angle 3D (rev. 20/06/2014) Le blocage de Cardan (Gimbal Lock) Le positionnement des marqueurs

## Euler/Cardan/JCS - les recommandations de l'ISB [3]

### Les angles d'Euler/Cardan et le Joint Coordinate System (JCS)

La convention JCS de Grood and Suntay correspond à une unique séquence de Cardan. La première rotation s'effectuant autour d'un axe fixé au segment proximal (stationnaire localement), la seconde rotation s'effectuant autour d'un axe flottant (FA) et la troisième rotation s'effectuant autour d'un axe fixé sur le segment distal (mobile localement). **Les angles sont indépendants car les axes sont fixés à des segments anatomiques, ainsi les rotations autour de ces axes sont indépendantes les unes des autres. Néanmoins d'un point de vue d'Euler/Cardan, le JCS correspond bien à une séquence donnée.**

#### Convention de l'ISB

**Dans les recommandations de l'ISB [3], l'angle  $\alpha$  est autour de l'axe Z, l'angle  $\beta$  autour de l'axe X et l'angle  $\gamma$  autour de l'axe Y quel que soit l'ordre de rotation. X, Y, Z étant les axes des segments anatomiques (proximal et distal).**

Il faut bien comprendre Z comme l'axe Z du segment proximal, X le Floating Axis (FA) et Y l'axe Y du segment distal.

Une séquence ZXY correspond à une rotation autour de l'axe Z du segment proximal (angle  $\alpha$ ) une rotation autour du FA (angle  $\beta$ ) et une rotation autour de l'axe Y du segment distal (angle  $\gamma$ ).

Ainsi la notion de séquence évoquée dans l'ISB n'est représentative que de l'association des axes du repère de l'articulation avec les axes du repère des segments anatomiques.

Dans l'exemple de l'étude de l'articulation du coude (avant-bras par rapport à l'humérus), si on se place dans le repère de l'articulation ( $e_1, e_2, e_3$ ), l'angle  $\alpha$  est la rotation autour de l'axe  $e_1$ , l'angle  $\beta$  est la rotation autour de l'axe  $e_2$  (FA) et l'angle  $\gamma$  est la rotation autour de l'axe  $e_3$ . L'association du repère de l'articulation ( $e_1, e_2$  et  $e_3$ ) avec les axes X, Y, Z (des segments anatomiques) peut changer mais pas l'association des angles avec les axes X, Y et Z des segments anatomiques [3].

En fonction des articulations étudiées, différentes séquences sont utilisées afin d'une part de rester le plus proche possible des définitions cliniques des mouvements des articulations et des segments mais aussi afin de décrire les mouvements de certaines articulations bien spécifique (comme l'épaule ou c'est une séquence d'Euler Y-X-Y qui est utilisé car le standard de Grood and Suntay ne peut s'appliquer dans le cas de cette articulation [3]).

#### Calcul des angles articulaires :

Le calcul des angles articulaires s'effectue suivant plusieurs étapes :

- Calcul des vecteurs unitaires des repères des différents segments
- Calcul de la matrice de rotation exprimant les rotations 3D d'un repère à l'autre
- Calcul de la matrice de décomposition
- Identification de angles.

**- On détermine les repères unitaires (O,X,Y,Z) des différents segments** en suivant les recommandations de l'ISB [3].

- **On calcule la matrice de rotation à l'aide** de ces vecteurs unitaires (p.45 Research Method in Biomechanics – rotational transformation).

- **On calcule la matrice de décomposition (mupad avec matlab),**

**Prenons l'exemple de l'articulation du coude (humerus vs forearm)**

Rx (Carrying angle autour de l'axe X de l'avant-bras ou Floating Axis (FA) du repère de l'articulation), négligeable ici

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta) & \sin(\beta) \\ 0 & -\sin(\beta) & \cos(\beta) \end{pmatrix}$$

Ry (Rotation axial – pronation (>0)/supination (<0) autour de l'axe Y de l'avant-bras ou axe e3 du repère de l'articulation)

$$\begin{pmatrix} \cos(\gamma) & 0 & -\sin(\gamma) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\gamma) & 0 & \cos(\gamma) \end{pmatrix}$$

Rz (flexion (>0)/hyper extension (<0) autour de l'axe Z de l'humérus ou l'axe e1 du repère de l'articulation)

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

On obtient la matrice de décomposition suivante pour la séquence Z-X-Y :

R=Ry.Rx.Rz

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) \cos(\gamma) - \sin(\alpha) \sin(\beta) \sin(\gamma) & \cos(\gamma) \sin(\alpha) + \cos(\alpha) \sin(\beta) \sin(\gamma) & -\cos(\beta) \sin(\gamma) \\ -\cos(\beta) \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \cos(\beta) & \sin(\beta) \\ \cos(\alpha) \sin(\gamma) + \cos(\gamma) \sin(\alpha) \sin(\beta) & \sin(\alpha) \sin(\gamma) - \cos(\alpha) \cos(\gamma) \sin(\beta) & \cos(\beta) \cos(\gamma) \end{pmatrix}$$

**On identifie cette matrice avec la matrice de rotation** et on utilise la fonction atan2 pour calculer les angles car elle donne les angles en -pi et +pi sans discontinuité.

Par exemple  $\alpha = \text{atan2}(-\text{Tr}21, \text{Tr}22) * 180/\pi$  (angle en degrés)

NB : Notons que  $\text{atan2}(y,x)=\arctan(y/x)+cte$

et  $\arctan(\sin(\alpha)/\cos(\alpha))=\arctan(\tan(\alpha))=\alpha$

Ces relations permettent de déterminer les valeurs d'angles avec la fonction  $\text{atan2}$ .

## Le blocage de cardan

Le blocage de cardan (ou Gimbal Lock) est un phénomène se produisant lorsque l'on utilise les angles d'Euler afin de déterminer les mouvements de rotations d'un objet dans l'espace 3D.

En introduction des angles d'Euler, je préciserais qu'il s'agit d'une méthode afin de qualifier ou d'appliquer des rotations à un objet dans un espace 3D, 3 rotations axiales successives sont appliquées à l'objet selon une séquence, la séquence XYZ par exemple définit une rotation autour de l'axe X, ensuite autour de l'axe Y' (axe Y après la rotation de l'axe X) et autour de l'axe Z'' (axe Z après la rotation autour de l'axe X puis de l'axe Y). La compréhension de la séquence est importante car elle détermine la compréhension du blocage de Cardan (ou Gimbal lock). Le schéma ci-joint basé sur un exemple illustre mon explication.

Exemple de l'avion :

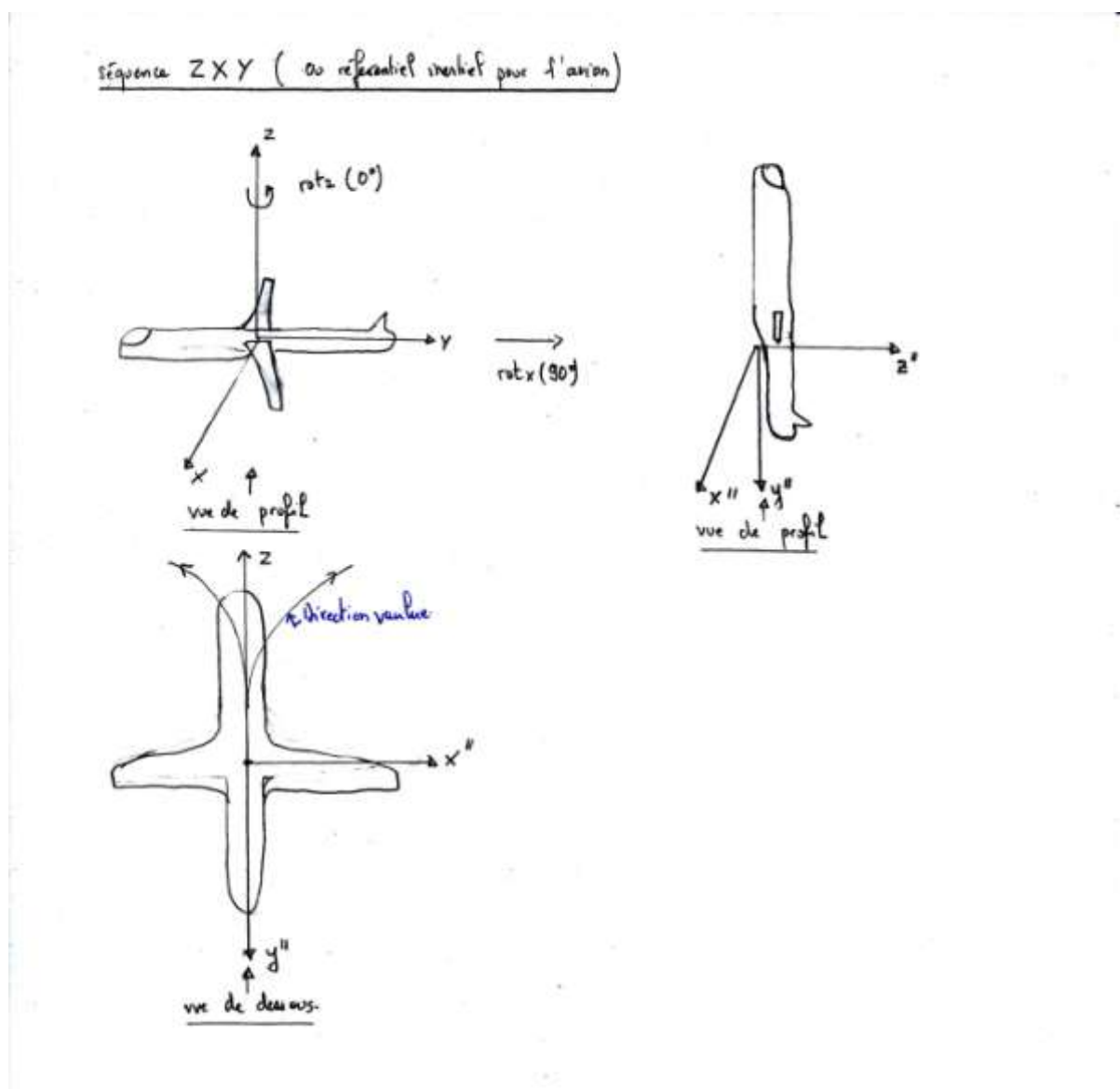


Figure 1 : La direction voulue est impossible à suivre, l'avion est bloqué dans cette position, il faut manuellement le sortir de ce blocage pour que de nouveau il puisse être dirigé par les angles d'Euler (cela reste difficile aux alentours du z aligné avec y''

D'un point de vue biomécanique et dans la convention JCS, cette singularité apparaît lorsque les axes fixés aux segments anatomiques (1<sup>er</sup> et 3eme axe en fait) sont colinéaires.

Une seconde singularité existe, c'est lorsque les axes fixes sont parallèles (ils n'ont pas la même origine, possible dans le cas où les origines des axes fixes ne sont pas coïncident)

### **Placement des marqueurs**

Il en existe plusieurs types :

- Inséré directement sur les os – Gold Standard (GS)
- Des Marqueurs placés sur des Points Anatomiques sur la Peau (MPAP)
- Des marqueurs disposés sur une surface rigide (MSR) associé à un segment anatomique
- Une combinaison de la deuxième et troisième solution (Mix)

Déplacement des marqueurs sur peau/ os : 20-40 mm (Fuller et al., 1997) (Reinschmidt et al., 1997)  
L'erreur relative du MPAP/GS est acceptable en flexion/extension mais ce n'est pas le cas pour les autres rotations (Reinschmidt et al., 1997).

Pour les déplacements avec impact transitoires, l'utilisation des MPAP est bonne.

Dans de nombreuses configurations, l'utilisation de MSR est la plus performante (sans tenir compte du GS) (Angeloni et al., 1993)(Manal et al., 2000).

La solution optimale semble être un MSR avec 4 marqueurs (Manal et al., 2000).

La façon dont est accroché le MSR peut aussi avoir un impact sur l'erreur faite (K. Manal, I. McClay et al. Gait Post 2000).

Une triade de marqueurs avec un des marqueurs relié à une tige et distant des 2 autres marqueurs semble être une bonne solution pour des mesures plus précise des angles selon l'axe longitudinal (Karlsson and Tranberg 1999).

A proximité des articulations, les MPAP se déplace/os à cause des mouvements de peau important au niveau de l'articulation et les MPAP se déplacent aussi si ils sont placés au « milieu » des segments à cause de l'activation des muscles et des effets inertiels des tissus mous.

### **Bibliographie**

[1] Research Method in Biomechanics – p 42

[2] Grood and Suntay 1983 – A joint Coordinate System for the Clinical Description of Three-Dimensional Motions : Application to the knee.

[3] ISB recommendation on definitions of joint coordinate systems of various joints for the reporting of human joint motion—Part II: shoulder, elbow, wrist and hand