

Fluctuations électroniques et constantes fondamentales

Les mesures de fluctuations sont actuellement en fort développement dans les équipes de recherche et ont conduit à des résultats fondamentaux pour la physique. Elles ont notamment permis de mettre en évidence les charges fractionnaires de l'effet Hall quantique ou de sonder les différentes statistiques quantiques de Bose-Einstein et Fermi-Dirac pour différents bosons et fermions. Actuellement ces mesures de corrélations sont un outil de choix pour détecter l'intrication des particules.

En particulier, dans toute mesure électrique, il existe un bruit (des fluctuations) que l'on voudrait éviter, réduire pour parvenir à des mesures plus précises. Cependant, si une partie de ce bruit vient de l'extérieur et peut être évité il existe deux types de bruits électroniques intrinsèques à tout conducteur électrique que nous allons essayer de mesurer et de comprendre : le bruit thermique et le bruit de grenaille. Le premier étant relié à l'agitation thermique des électrons nous permettra de mesurer la constante de Boltzmann alors que le second, qui est dû à la nature discrète de la charge électronique nous permettra de mesurer cette dernière.

Introduction

Si nous appliquons une tension V idéalement constante aux bornes d'un conducteur, le courant mesuré à travers celui-ci au cours du temps n'est pas constant mais présente des fluctuations autour de sa valeur moyenne I_0 . Ces fluctuations $\Delta I(t) = I(t) - I_0$ sont dues à deux phénomènes : l'agitation thermique des électrons et le caractère discret de la charge qu'ils transportent. Les fluctuations sont caractérisées quantitativement par la fonction de corrélation :

$$C(\tau) = \langle \Delta I(t) \Delta I(t + \tau) \rangle$$

Les brackets représentent une moyenne d'ensemble prise sur des systèmes identiques ou bien sur tous les instants initiaux t (si le système est ergodique cf votre cours de physique statistique).

En pratique nous mesurons ce courant $I(t)$ pendant un intervalle $[0, T]$ avec un bande passante $\Delta\omega$ (fixée par les appareils de mesure). On peut décomposer le courant comme

$I(t) = \sum_n I_n e^{-i\omega_n t}$ avec $\omega_n = \frac{2n\pi}{T}$. Ce qui est mesuré dans une expérience de bruit est le

spectre de bruit qui est la *moyenne du module carré des composantes de Fourier* dans l'intervalle $[\omega, \omega + \Delta\omega]$:

$$S_I(\omega) = \frac{1}{\Delta\omega} \sum_{\omega_n \in [\omega, \omega + \Delta\omega]} \langle |I_n|^2 \rangle$$

On peut montrer (théorème de Wiener-Khinchine) que S_I est la Transformée de Fourier de $C(\tau)$ sous certaines conditions que l'on supposera vérifiées ici.

Quelles sont les unités de $S_I(\omega)$?

I Le bruit thermique (Johnson-Nyquist)

Dans un conducteur, même à l'équilibre ($V=0$), à cause des fluctuations thermiques ($T \neq 0$) des fluctuations du courant sont présentes. Ceci a été établi expérimentalement par Johnson en 1928 et interprété par Nyquist. Ils ont montré que si l'on mesure le courant aux bornes d'un conducteur avec une bande passante B (fixée par l'appareil de mesure), la moyenne du courant I_0 est nulle mais sa variance est donnée par la formule $\langle \Delta I^2(t) \rangle = 4k_B T B / R$. Ce qui donne pour la densité spectrale de bruit que nous allons mesurer $S_I(\omega) = 4k_B T / R$. Ce résultat ne dépend donc que de la résistance et de la température, il nous permettra de déterminer expérimentalement la valeur de la constante fondamentale k_B .

Rq : Ici la densité de bruit est indépendante de la fréquence, le bruit thermique est donc un bruit blanc car il contient toutes les fréquences en quantités égales. Ceci n'est en fait valable qu'en dessous de certaines fréquences caractéristiques (biblio : validité de ce résultat)

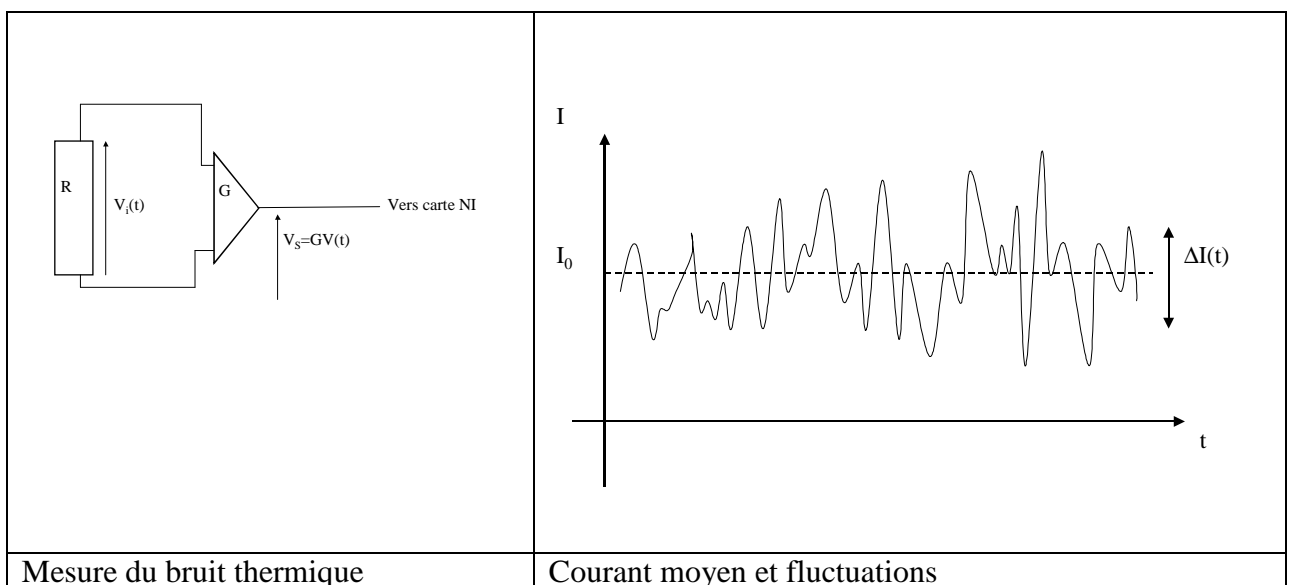
a) Montage expérimental.

Pour mesurer le bruit thermique d'une résistance nous allons enregistrer la tension à ses bornes en fonction du temps grâce à la carte NI puis en extraire la densité spectrale de bruit $S_V(\omega)$. (On a donc la relation ;

$$S_V(\omega) = \langle \Delta V^2(\omega) \rangle = R^2 S_I(\omega)$$

Avec la carte d'acquisition NI que nous utilisons dans ce TP la bande passante ne peut dépasser 100 kHz. Quelle est la valeur typique des fluctuations que nous allons mesurer à 300K pour des résistances de 100 Ω à 100 k Ω ? Pourquoi les résistances sont-elles enfermées dans des boîtes métalliques ?

Pour mesurer ces faibles fluctuations, il faut donc utiliser une électronique générant moins de bruit que celui que l'on veut mesurer. Vous disposez donc pour vos mesures d'un amplificateur de tension bas bruit à gain variable à placer aux bornes de la résistance à mesurer.



b) acquisition avec labview, digitalisation.

Pour réaliser notre expérience il faut maintenant échantillonner la tension reçue par la carte et en réaliser la TF avec labview. Comme nous allons le voir ceci présente quelques points délicats de traitement du signal qu'il faut impérativement prendre en compte afin d'obtenir une mesure quantitative correcte du bruit.

Repliement de bande (aliasing) :

Lorsqu'on échantillonne un signal, le critère de Shannon stipule : un signal doit avoir sa fréquence maximum échantillonnée sur au moins deux points afin de ne subir aucune dégradation.

Ceci s'avère très important dans notre cas où nous allons travailler sur la transformée de Fourier du signal. En effet une conséquence directement liée au critère de Shannon est que lorsqu'un signal est échantillonné avec une fréquence N (Npts/s), les composantes de son spectre de fréquence $f > N/2$ sont détectées artificiellement à des fréquences plus basses et faussent donc la mesure.

Exemple : faites un schéma pour comprendre ce qu'il se passe lors de l'échantillonnage d'un signal du type $\cos(2\pi ft)$ quand $f=N, 2N/3...$

Il faut donc réaliser un filtre anti-aliasing c'est à dire que nous allons veiller à ce que les fréquences $f > N/2$ contenues dans le signal analogique ne soient pas mesurées par la carte (sa fréquence d'échantillonnage max est de 200 kHz). Il faut couper le signal. Comment réaliseriez vous cela ? Dessinez le schéma du montage complet.

Caractérisation de la chaine de mesure.

Dans le domaine des fréquences le signal mesuré par la carte est donc maintenant $V_s(\omega) = G_1(\omega)G_2(\omega)V_i(\omega)$ où G_1 est le gain de l'ampli et G_2 celui du filtre. Il est donc important de connaître $G_1(\omega)$ et $G_2(\omega)$. Ceux ci pourront être mesurés indépendamment à l'aide d'une détection synchrone (lock-in) dont le fonctionnement vous sera expliqué durant le tp.

But de ce projet :

En mesurant le bruit en tension de différentes résistances, à différentes températures, vous allez déterminer la valeur de k_B .